

## ChatGPT's results in Vietnamese National High School Graduation Examination: Mathematics

Authors:

Xuan-Quy DAO, EIU, [quy.dao@eiu.edu.vn](mailto:quy.dao@eiu.edu.vn)

### 2023 Illustration Examination

#### ChatGPT Feb 13 Version

Prompt (Câu hỏi)	ChatGPT's answer (Câu trả lời)
<p>Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức <math>z=7-6i</math> có tọa độ là</p> <p>A. (-6;7)                      B. (6;7)                      C. (7;6)                      D. (7;-6)</p>	<p>Điểm biểu diễn số phức <math>z = 7 - 6i</math> trên mặt phẳng tọa độ có tọa độ là (7, -6).                      Vì phần thực của số phức <math>z</math> là 7 và phần ảo của số phức <math>z</math> là <math>-6i</math>, vậy ta sẽ đặt điểm đó trên trục thực với giá trị là 7 và trục ảo với giá trị <math>-6</math>. Do đó, tọa độ của điểm biểu diễn số phức <math>z</math> trên mặt phẳng tọa độ sẽ là (7, -6).                      Vì vậy, đáp án là D. (7;-6).</p>
<p>Câu 2. Trên khoảng <math>(0; +\infty)</math>, đạo hàm của hàm số <math>y=\log_3 x</math> là:</p> <p>A. <math>y' = 1/x</math>                      B. <math>y' = \frac{1}{x \ln 3}</math>                      C. <math>y' = \frac{3}{x}</math>                      D. <math>y' = -\frac{1}{x \ln 3}</math></p>	<p>Để tìm đạo hàm của hàm số <math>y = \log_3 x</math>, ta áp dụng công thức đạo hàm của hàm logarit tổng quát như sau:  <math display="block">\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \ln a}</math>                     Vì vậy, đạo hàm của hàm số <math>y = \log_3 x</math> sẽ là:  <math display="block">y' = \frac{d}{dx} \log_3 x = \frac{1}{x \ln 3}</math>                     Vậy đáp án chính xác là B. <math>y' = \frac{1}{x \ln 3}</math>.</p>
<p>Câu 3. Trên khoảng <math>(0; +\infty)</math>, đạo hàm của hàm số <math>y = x^{\pi}</math> là:</p> <p>A. <math>y' = \pi x^{\pi-1}</math>                      B. <math>y' = x^{\pi-1}</math>                      C. <math>y' = \frac{1}{\pi} x^{\pi-1}</math>                      D. <math>y' = \pi x^{\pi}</math></p>	<p>Để tìm đạo hàm của hàm số <math>y = x^{\pi}</math>, ta sử dụng công thức đạo hàm của hàm lũy thừa như sau:  <math display="block">\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}</math>                     Áp dụng công thức này vào <math>y = x^{\pi}</math>, ta có:  <math display="block">y' = \frac{d}{dx} x^{\pi} = \pi x^{\pi-1}</math>                     Vậy đáp án chính xác là A. <math>y' = \pi x^{\pi-1}</math>.</p>
<p>Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình <math>2^{x+1} &lt; 4</math> là</p> <p>A. <math>(-\infty ; 1]</math>                      B. <math>(1; +\infty)</math></p>	<p>Bắt đầu giải bất phương trình <math>2^{x+1} &lt; 4</math> bằng cách chuyển về và rút gọn:</p>

<p>C. <math>[1; +\infty)</math> D. <math>(-\infty; 1)</math></p>	$\begin{aligned} 2^{x+1} &< 4 \cdot 2^x &< 4 \cdot 2^x &< 2 \cdot 2^x \end{aligned}$ <p>Lấy logarit cơ số 2 hai vế của bất phương trình, ta được:</p> $\begin{aligned} \log_2 2^{x+1} &< \log_2 2 \cdot 2^x &< 1 \end{aligned}$ <p>Vậy tập nghiệm của bất phương trình là <math>x &lt; 1</math>. Tức là tập nghiệm là đoạn <math>(-\infty, 1)</math>. Vậy đáp án chính xác là D. <math>(-\infty, 1)</math>.</p>
<p>Câu 5. Cho cấp số nhân <math>(u_n)</math> với <math>u_1 = 2</math> và công bội <math>q = 1/2</math>. Giá trị của <math>u_3</math> bằng</p> <p>A. 3 B. <math>1/2</math> C. <math>1/4</math> D. <math>7/2</math></p>	<p>Ta có cấp số nhân <math>(u_n)</math> có công bội <math>q = \frac{1}{2}</math> và <math>u_1 = 2</math>, vậy ta có:</p> $u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$ $u_3 = u_2 \cdot q = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ <p>Vậy giá trị của <math>u_3</math> là <math>\frac{1}{2}</math>, đáp án chính xác là B. <math>\frac{1}{2}</math>.</p>
<p>Câu 6. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (P): <math>x + y + z = 1</math> có một vector pháp tuyến là:</p> <p>A. <math>n_1 = (-1; 1; 1)</math> B. <math>n_4 = (1; 1; -1)</math> C. <math>n_3 = (1; 1; 1)</math> D. <math>n = (1; -1; 1)</math></p>	<p>Một mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát là <math>ax + by + cz = d</math>. Vì mặt phẳng (P) có phương trình <math>x + y + z = 1</math>, ta có thể suy ra vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) bằng cách lấy các hệ số tương ứng của phương trình tổng quát, vậy vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là <math>\mathbf{n} = (1, 1, 1)</math>. Vậy đáp án chính xác là C. <math>\mathbf{n} = (1, 1, 1)</math>.</p>
<p>Câu 7. Cho hàm số <math>y = \frac{ax + b}{cx + d}</math> có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là</p> <p>A. <math>(0; -2)</math> B. <math>(2; 0)</math> C. <math>(-2; 0)</math> D. <math>(0; 2)</math></p>	<p>Để tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành, ta cần tìm giá trị của <math>x</math> khi <math>y = 0</math>. Thay <math>y = 0</math> vào phương trình hàm số, ta được: <math display="block">\frac{ax + b}{cx + d} = 0</math> Do tử số bằng 0, nên <math>b = 0</math>. Tiếp theo, ta giải phương trình <math>\frac{ax}{cx + d} = 0</math> để tìm giá trị của <math>x</math> khi mẫu số khác 0: <math display="block">\frac{ax}{cx + d} = 0 \Leftrightarrow ax = 0 \Leftrightarrow x = 0</math> Vậy tọa độ giao điểm của đồ thị với trục hoành là <math>(0, 0)</math>. Vậy đáp án chính xác là: không có đáp án phù hợp trong các lựa chọn.</p>
<p>Câu 8. Nếu <math>\int_{-1}^4 f(x) dx = 2</math> và <math>\int_{-1}^4 g(x) dx = 3</math> thì <math>\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx</math> bằng</p> <p>A. 5 B. 6 C. 1 D. -1</p>	<p>Ta có: <math display="block">\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx = \int_{-1}^4 f(x) dx + \int_{-1}^4 g(x) dx = 2 + 3 = 5</math> Do đó, đáp án chính xác là A. 5.</p>

<p>Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?</p> <p>A. <math>y = x^4 - 3x^2 + 2</math>  B. <math>y = \frac{x-3}{x-1}</math>  C. <math>y = x^2 - 4x + 1</math>  D. <math>y = x^3 - 3x - 5</math></p>	<p>Đáp án: D. <math>y = x^3 - 3x - 5</math>  Giải thích: Đường cong trong hình bên có hình dạng giống với một đường cong bậc ba, với điểm uốn nằm ở <math>(0, -1)</math> và điểm cực đại nằm ở <math>(-2, -11)</math>.  Trong số các hàm số được đưa ra ở đây, chỉ có hàm số <math>y = x^3 - 3x - 5</math> có thể tạo ra đường cong như vậy, nên đây là đáp án đúng.</p>
<p>Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): <math>x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0</math>. Tâm của (S) có tọa độ là</p> <p>A. <math>(-1; -2; -3)</math>  B. <math>(2; 4; 6)</math>  C. <math>(-2; -4; -6)</math>  D. <math>(1; 2; 3)</math></p>	<p>Để tìm tâm của một mặt cầu, ta cần xác định tọa độ của điểm trung tâm của nó. Để làm được điều này, ta có thể hoàn thành một số bước như sau:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Xác định hệ số của các thành phần <math>x, y, z</math> trong phương trình của mặt cầu để tìm ra tọa độ của trung tâm.</li> <li>Trong trường hợp mặt cầu có bán kính khác <math>1</math>, ta cần chia tỉ lệ theo bán kính để đưa tọa độ về dạng chuẩn.</li> </ul> <p>Áp dụng phương pháp này vào câu hỏi, ta có phương trình của mặt cầu là: <math>x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0</math> Để tìm tọa độ của tâm của mặt cầu, ta cần tìm các hệ số trong phương trình trên. Ta viết lại phương trình dưới dạng đầy đủ: <math>(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 15</math> Suy ra, tọa độ của tâm của mặt cầu là <math>(1, 2, 3)</math>, nên đáp án chính xác là <math>\mathbf{(D)}</math>.</p>
<p>Câu 11. Trong không gian Oxyz, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng</p> <p>A. <math>30^\circ</math>  B. <math>45^\circ</math>  C. <math>60^\circ</math>  D. <math>90^\circ</math></p>	<p>Mặt phẳng (Oxy) có phương trình <math>z = 0</math>, mặt phẳng (Oyz) có phương trình <math>x = 0</math>. Vì đây là hai mặt phẳng vuông góc nhau nên góc giữa chúng là <math>90^\circ</math> (đáp án D).</p>
<p>Câu 12. Cho số phức <math>z = 2 + 9i</math>, phần thực của số phức <math>z^2</math> bằng</p> <p>A. <math>-77</math>  B. <math>4</math>  C. <math>36</math>  D. <math>85</math></p>	<p>Ta có: <math>z^2 = (2+9i)^2 = 4 + 36i + 81i^2 = 4 + 36i - 81 = -77 + 36i</math>.  Vậy phần thực của <math>z^2</math> là <math>-77</math>.  Đáp án chính xác là A.</p>
<p>Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng</p> <p>A. 6  B. 8  C. <math>\frac{8}{3}</math></p>	<p>Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng <math>a</math> là <math>V = a^3</math>. Vậy thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 là <math>V = 2^3 = 8</math>. Vậy đáp án là <math>\mathbf{(B)}</math>.</p>

<p>D. 4</p> <p>Câu 14. Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại A, <math>AB = 2</math>, SA vuông góc với đáy và <math>SA=3</math> (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp đã cho bằng</p> <p>A. 12 B. 2 C. 6 D. 4</p>	<p>Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC và h là chiều cao của tam giác ABC. Ta có:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>BC = AB = 2</math> vì tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A.</li> <li>• <math>SM = SA - AM = 3 - 1 = 2</math> vì AM là trung bình của tam giác vuông ABC.</li> <li>• <math>h = AM = \frac{BC}{2} = 1</math> vì tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A.</li> </ul> <p>Vậy thể tích khối chóp S.ABC là: <math>V = \frac{1}{3} S_{ABC} h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BC^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot 1 = \frac{4}{3}</math>. Đáp án chính xác là C.</p>
<p>Câu 15. Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu S(O;R). Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?</p> <p>A. <math>d &lt; R</math> B. <math>d &gt; R</math> C. <math>d = R</math> D. <math>d = 0</math></p>	<p>Đáp án: A. <math>d &lt; R</math></p> <p>Giải thích: Xét mặt cầu S(O;R) và mặt phẳng (P) tiếp xúc tại điểm A, (P) cắt mặt cầu tại điểm B.</p> <p>Ta có hai trường hợp:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trường hợp 1: (P) nằm trong mặt cầu S(O;R), tức là mặt cầu chứa (P). Khi đó, ta có: <math>d &lt; R</math>.</li> <li>• Trường hợp 2: (P) không nằm trong mặt cầu S(O;R), tức là mặt cầu không chứa (P). Khi đó, ta có: <math>d &gt; R</math>.</li> </ul> <p>Do (P) là tiếp xúc với mặt cầu S(O;R) nên ta loại trường hợp 2, và kết luận được đáp án đúng là <math>d &lt; R</math>.</p>
<p>Câu 16. Phần ảo của số phức <math>z = 2 - 3i</math> là</p> <p>A. -3 B. -2 C. 2 D. 3</p>	<p>Phần ảo của một số phức được xác định là phần ở hạng tử sau của số phức đó khi biểu diễn dưới dạng <math>a + bi</math>. Vì vậy, với số phức <math>z = 2 - 3i</math>, phần ảo của z chính là số -3. Vậy đáp án là A.</p>
<p>Câu 17. Cho hình nón có đường kính đáy <math>2r</math> và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng</p> <p>A. <math>2\pi r l</math> B. <math>\frac{2}{3} \pi r l^2</math> C. <math>\pi r l</math> D. <math>\frac{1}{3} \pi r^2 l</math></p>	<p>Để tính diện tích xung quanh của một hình nón, ta sử dụng công thức: <math>S_{xq} = \pi r l</math></p> <p>Trong đó, <math>r</math> là bán kính đáy của nón và <math>l</math> là độ dài đường sinh của nón.</p> <p>Vậy, đáp án chính xác là (C) <math>\pi r l</math>.</p>
<p>Câu 18. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d: <math>\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}</math>. Điểm nào dưới đây thuộc d?</p>	<p>Ta có phương trình tham số của đường thẳng d: <math>\begin{cases} x=2t+1 \\ y=-t+2 \\ z=-2t-3 \end{cases}</math></p>

<p>A. P(1;2;3)  B. Q(1;2;-3)  C. N(2;1;2)  D. M(2;-1;-2)</p>	<p>Để tìm điểm nào thuộc đường thẳng <math>d</math>, ta có thể chọn một giá trị của tham số <math>t</math> bất kỳ, thay vào phương trình trên và tính toán tọa độ của điểm tương ứng.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Với <math>t = 0</math>, ta có <math>P(1, 2, 3)</math> thuộc đường thẳng <math>d</math>.</li> <li>Với <math>t = -5</math>, ta có <math>Q(1, 2, -3)</math> thuộc đường thẳng <math>d</math>.</li> <li>Với <math>t = 0,5</math>, ta có <math>N(2, 1, 2)</math> thuộc đường thẳng <math>d</math>.</li> <li>Với <math>t = -2</math>, ta có <math>M(2, -1, -2)</math> thuộc đường thẳng <math>d</math>.</li> </ul> <p>Vậy, các điểm thuộc đường thẳng <math>d</math> lần lượt là <math>P(1, 2, 3)</math>, <math>Q(1, 2, -3)</math>, <math>N(2, 1, 2)</math> và <math>M(2, -1, -2)</math>, đáp án đúng là D.</p>
<p>Câu 19. Cho hàm số <math>y = ax^4 + bx^2 + c</math> có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là</p> <p>A. (-1;2)  B. (0;1)  C. (1;2)  D. (1;0)</p>	<p>Để tìm điểm cực tiểu của hàm số bậc 4, ta có thể đưa hàm số về dạng chuẩn bằng phép thay biến số. Đặt <math>t = x^2</math>, ta có <math>y = at^2 + bt + c</math>. Để tìm điểm cực tiểu của hàm số, ta có thể sử dụng công thức <math>t_c = -\frac{b}{2a}</math> cho đại lượng cực trị của hàm số bậc 2 <math>y = at^2 + bt + c</math>. Khi đó, ta được <math>t_c = -\frac{b}{2a}</math> và <math>x = \pm\sqrt{t_c}</math>. Điểm cực tiểu của hàm số ban đầu là điểm <math>(\sqrt{t_c}, y(\sqrt{t_c}))</math> hoặc <math>(-\sqrt{t_c}, y(-\sqrt{t_c}))</math>. Ứng với hàm số đã cho, ta có <math>a &gt; 0</math>, suy ra đồ thị của hàm số là một đường cong hình chữ U mở lên. Từ đó suy ra, điểm cực tiểu của đồ thị là điểm <math>A(0, 1)</math>.  Vậy, đáp án đúng là <math>\mathbf{(B)}</math>.</p>
<p>Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số <math>y = \frac{2x+1}{3x-1}</math> là đường thẳng có phương trình:</p> <p>A. <math>y = 1/3</math>  B. <math>y = -2.3</math>  C. <math>y = -1/3</math>  D. <math>y = 2/3</math></p>	<p>Để tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số, ta phải xác định giới hạn của hàm số khi <math>x</math> dần tiến đến vô cùng hoặc âm vô cùng. Ta có:</p> $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{3x-1} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{3 - \frac{1}{x}} = \frac{2}{3} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{3x-1} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{3 - \frac{1}{x}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$ <p>Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng <math>y = \frac{2}{3}</math>. Đáp án đúng là <math>\mathbf{(D)}</math>.</p>
<p>Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình <math>\log(x-2) &gt; 0</math> là</p> <p>A. (2;3)  B. <math>(-\infty;3)</math>  C. <math>(3;+\infty)</math>  D. <math>(12;+\infty)</math></p>	<p>Để giải bất phương trình <math>\log(x-2) &gt; 0</math>, ta cần tìm khoảng giá trị của <math>x</math> để biểu thức <math>\log(x-2)</math> là số dương. Vì <math>\log x</math> là số dương khi và chỉ khi <math>x &gt; 0</math>, nên ta giải bất phương trình sau:</p> $x-2 > 0$ <p>Từ đó ta suy ra <math>x &gt; 2</math>.  Vậy, tập nghiệm của bất phương trình <math>\log(x-2) &gt; 0</math> là <math>(2;+\infty)</math>.  Đáp án là <math>\mathbf{(C)}</math>.</p>

<p>Câu 22. Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng</p> <p>A. 225 B. 30 C. 210 D. 105</p>	<p>Số tập con gồm hai phần tử của tập hợp A là <math>\binom{15}{2} = \frac{15 \times 14}{2} = 105</math>. Vậy đáp án là D.</p>
<p>Câu 23. Cho <math>\int \frac{1}{x} dx = F(x) + C</math>. Khẳng định nào dưới đây đúng?</p> <p>A. <math>F'(x) = 2/x^2</math> B. <math>F'(x) = \ln(x)</math> C. <math>F'(x) = 1/x</math> D. <math>F'(x) = -1/x^2</math></p>	<p>Đáp án là C. <math>F'(x) = 1/x</math>. Giải thích: Từ công thức tích phân, ta biết rằng đạo hàm của hàm số <math>F(x)</math> chính là hàm số ta đang tích phân, nghĩa là: <math>\frac{d}{dx} \int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{x}</math>. Tuy nhiên, <math>C</math> là hằng số tích cực, nên khi đạo hàm, <math>C</math> sẽ trở thành 0. Vì vậy, ta có <math>F'(x) = 1/x</math>.</p>
<p>Câu 24. Nếu <math>\int_0^2 f(x) dx = 4</math> thì <math>\int_0^2 (\frac{1}{2} f(x) - 2) dx</math> bằng</p> <p>A. 0 B. 6 C. 8 D. -2</p>	<p>Ta có: <math>\int_0^2 (\frac{1}{2} f(x) - 2) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 2 dx = \frac{1}{2} \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 2 - 4 = -2</math>. Vậy đáp án là <math>\boxed{\text{(D) } -2}</math>.</p>
<p>Câu 25. Cho hàm số <math>f(x) = \cos(x) + x</math>. Khẳng định nào dưới đây đúng?</p> <p>A. <math>\int f(x) dx = -\sin(x) + x^2 + C</math> B. <math>\int f(x) dx = \sin(x) + x^2 + C</math> C. <math>\int f(x) dx = -\sin(x) + \frac{1}{2}x^2 + C</math> D. <math>\int f(x) dx = \sin(x) + \frac{1}{2}x^2 + C</math></p>	<p>Để tích phân của hàm số <math>f(x)</math>, ta thực hiện tích phân từng thành phần: <math>\int f(x) dx = \int (\cos(x) + x) dx = \int \cos(x) dx + \int x dx</math> Theo công thức tích phân, ta có: <math>\int \cos(x) dx = \sin(x) + C_1</math> <math>\int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C_2</math> Vậy, <math>\int f(x) dx = \int \cos(x) dx + \int x dx = \sin(x) + C_1 + \frac{1}{2}x^2 + C_2 = \sin(x) + \frac{1}{2}x^2 + C</math> trong đó <math>C = C_1 + C_2</math> là hằng số tích cực bất kỳ. Vậy đáp án là <math>\mathbf{(D)}</math> <math>\quad \int f(x) dx = \sin(x) + \frac{1}{2}x^2 + C</math>.</p>
<p>Câu 26. Cho hàm số <math>y = f(x)</math> có bảng biến thiên như sau:</p> <p><math>x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)</math> <math>f'(x) &gt; 0</math> <math>f(x) \in (-\infty, 2) \cup (0, +\infty)</math> Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?</p> <p>A. (0;2) B. (3;+<math>\infty</math>) C. (-<math>\infty</math>;1) D. (1;3)</p>	<p>Ta có: Trên khoảng <math>(-\infty, 1)</math> ta có <math>f'(x) &gt; 0</math>, do đó <math>f(x)</math> là hàm tăng trên khoảng này. Trên khoảng <math>(1, 3)</math> ta có <math>f'(x) &lt; 0</math>, do đó <math>f(x)</math> là hàm giảm trên khoảng này. Trên khoảng <math>(3, +\infty)</math> ta có <math>f'(x) &gt; 0</math>, do đó <math>f(x)</math> là hàm tăng trên khoảng này. Vậy, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng <math>(1, 3)</math>, đáp án là <math>\boxed{\text{(D)}}</math>.</p>

<p>Câu 27. Cho hàm số bậc ba <math>y=f(x)</math> có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là</p> <p>A. -1 B. 3 C. 2 D. 0</p>	<p>Để tìm giá trị cực đại của hàm số, ta cần tìm điểm cực đại, tức là điểm mà hàm số đạt giá trị lớn nhất trên miền xác định của nó.</p> <p>Trong trường hợp hàm số là hàm bậc ba, ta có thể tìm điểm cực đại bằng cách xác định điểm uốn của đồ thị và kiểm tra đạo hàm bậc nhất của hàm số trước và sau điểm uốn.</p> <p>Để xác định điểm uốn của đồ thị, ta cần giải phương trình <math>f'(x) = 0</math>:  <math>f'(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1</math></p> <p>Ta thấy rằng đạo hàm bậc nhất của hàm số là: <math>f'(x) = 3x^2 - 6x + 3</math> Với <math>x &lt; 1</math>, ta có: <math>f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2 &gt; 0</math> Với <math>x &gt; 1</math>, ta có: <math>f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2 &gt; 0</math></p> <p>Do đó, ta thấy rằng hàm số không có cực đại trên miền xác định của nó. Vậy đáp án là (E) không có.</p>
<p>Câu 28. Với <math>a</math> là số thực dương tùy ý, <math>\ln(3a) - \ln(2a)</math> bằng</p> <p>A. <math>\ln(a)</math> B. <math>\ln(2/3)</math> C. <math>\ln(6a^2)</math> D. <math>\ln(3/2)</math></p>	<p>Ta có:  <math>\ln(3a) - \ln(2a) = \ln(3a/2a) = \ln(3/2)</math></p> <p>Vậy đáp án chính xác là D. <math>\ln(3/2)</math>.</p>
<p>Câu 29. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường <math>y=-x^2 + 2x</math> và <math>y = 0</math> quanh trục <math>Ox</math> bằng</p> <p>A. <math>16/15</math> B. <math>\frac{16\pi}{9}</math> C. <math>16/9</math> D. <math>\frac{16\pi}{15}</math></p>	<p>Để tính thể tích khối tròn xoay, ta sử dụng công thức: <math>V = \pi \int_a^b y^2 dx</math> Trong đó, <math>a</math> và <math>b</math> lần lượt là hoành độ của các điểm cắt giữa đường cong và trục <math>Ox</math>.</p> <p>Để tìm <math>a</math> và <math>b</math>, ta giải hệ phương trình sau: <math>-x^2 + 2x = 0</math>  <math>\Leftrightarrow x = 0, x = 2</math> Vậy <math>a = 0</math> và <math>b = 2</math>.</p> <p>Tiếp theo, ta tính hàm số <math>y</math> bằng cách giải phương trình sau: <math>-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2</math> Khi đó, đường cong có dạng như sau:</p> <p>Do đó, ta có: <math>V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left[ \frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right]_0^2 = \pi \left( \frac{32}{15} \right) = \frac{16\pi}{15}</math> Vậy, đáp án là <b>(D)</b> <math>\frac{16\pi}{15}</math>.</p>
<p>Câu 30. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy và <math>SA = AB</math> (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng</p> <p>A. <math>60^\circ</math> B. <math>30^\circ</math> C. <math>90^\circ</math></p>	<p>Ta có thể thấy rằng đường thẳng SB vuông góc với đáy ABC, do đó mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy. Tương tự, mặt phẳng (ABC) cũng vuông góc với đáy. Vì vậy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) chính là góc giữa hai đường thẳng SB và AB.</p> <p>Để tính góc giữa hai đường thẳng này, ta có thể sử dụng định lý cosin trong tam giác SAB:</p>

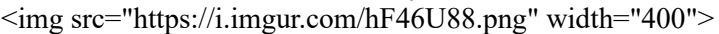
<p>D. <math>45^\circ</math></p>	<p><math>SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2 \cdot SA \cdot AB \cdot \cos \angle SAB</math>  Do đó,  <math>\cos \angle SAB = \frac{SA^2 + AB^2 - SB^2}{2 \cdot SA \cdot AB} = \frac{AB^2}{2 \cdot AB^2} = \frac{1}{2}</math>  Vì vậy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng góc <math>\angle SAB</math> có cosin bằng <math>\frac{1}{2}</math>. Khi đó, ta có:  <math>\angle SBC = 90^\circ - \angle SAB = 90^\circ - \cos^{-1}(\frac{1}{2}) = 60^\circ</math>  Vậy đáp án là <math>\boxed{\text{A. } 60^\circ}</math>.</p>
<p>Câu 31. Cho hàm số bậc ba <math>y = f(x)</math> có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số <math>m</math> để phương trình <math>f(x) = m</math> có ba nghiệm thực phân biệt ?  A. 2  B. 5  C. 3  D. 4</p>	<p>Để phương trình <math>f(x) = m</math> có ba nghiệm thực phân biệt thì đồ thị của hàm số <math>f(x)</math> cắt đường thẳng <math>y = m</math> ba lần. Ta cần tìm các giá trị nguyên của <math>m</math> để đồ thị của hàm số <math>f(x)</math> cắt đường thẳng <math>y = m</math> ba lần.  Xét từng đoạn của đồ thị của hàm số <math>f(x)</math>.  • Đoạn <math>(-\infty, -2]</math>: Đường thẳng <math>y = m</math> không cắt đoạn này.  • Đoạn <math>[-2, -1]</math>: Đường thẳng <math>y = m</math> cắt đoạn này hai lần khi và chỉ khi <math>m</math> nằm trong khoảng <math>(f(-2), f(-1)) = (-1, 1)</math>.  • Đoạn <math>[-1, 2]</math>: Đường thẳng <math>y = m</math> cắt đoạn này ba lần khi và chỉ khi <math>m</math> nằm trong khoảng <math>(f(-1), f(1)) = (1, 3)</math>.  • Đoạn <math>[2, \infty)</math>: Đường thẳng <math>y = m</math> không cắt đoạn này.  Suy ra, để phương trình <math>f(x) = m</math> có ba nghiệm thực phân biệt thì <math>m</math> phải nằm trong khoảng <math>(1, 3)</math> hoặc <math>(f(-2), f(-1)) = (-1, 1)</math>, tức là <math>m</math> có thể nhận được 5 giá trị nguyên <math>-1, 0, 1, 2, 3</math>.  Vậy đáp án chính xác là <math>\boxed{\text{B. } 5}</math>.</p>
<p>Câu 32. Cho hàm số <math>y = f(x)</math> có đạo hàm <math>f'(x) = (x-2)^2(1-x)</math> với mọi <math>x \in \mathbb{R}</math>. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?  A. <math>(1; 2)</math>  B. <math>(1; +\infty)</math>  C. <math>(2; +\infty)</math>  D. <math>(-\infty; 1)</math></p>	<p>Ta có:  • Khi <math>x \in (-\infty, 1)</math>, ta có <math>f'(x) &lt; 0</math>.  • Khi <math>x \in (1, 2)</math>, ta có <math>f'(x) &gt; 0</math>.  • Khi <math>x \in (2, +\infty)</math>, ta có <math>f'(x) &lt; 0</math>.  Vậy hàm số <math>y = f(x)</math> đồng biến trên khoảng <math>(1; 2)</math>.  Vậy đáp án chính xác là <math>\boxed{\text{A. } (1; 2)}</math>.</p>
<p>Câu 33. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng  A. <math>9/35</math>  B. <math>18/35</math></p>	<p>Để lấy được hai quả khác màu và tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn, ta phải có các trường hợp sau:  • Lấy một quả màu đỏ và một quả màu xanh. Trường hợp này xảy ra nếu chọn một quả từ nhóm 6 quả đỏ và một quả từ nhóm 9 quả xanh. Tổng của hai số ghi trên hai quả này chắc chắn là số lẻ, do đó ta không cần xét trường hợp này.</p>



<p>C. 4/35 D. 1/7</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lấy hai quả màu xanh. Trường hợp này xảy ra nếu chọn hai quả từ nhóm 9 quả xanh. Số lượng cách chọn hai quả xanh là <math>\binom{9}{2}=36</math>. Ta có các trường hợp sau cho tổng hai số ghi trên hai quả xanh là số chẵn: <ul style="list-style-type: none"> <li>Lấy hai quả xanh số 1: tổng bằng 2 (số chẵn).</li> <li>Lấy hai quả xanh số 2: tổng bằng 4 (số chẵn).</li> <li>...</li> <li>Lấy hai quả xanh số 9: tổng bằng 18 (số chẵn). Vậy có 5 trường hợp thỏa mãn. Vậy xác suất cần tìm là: <math>\frac{\text{số trường hợp thỏa mãn}}{\text{số trường hợp có thể chọn hai quả từ hộp}} = \frac{5}{\binom{15}{2}} = \frac{5}{105} = \frac{1}{21}</math> Do đó, đáp án đúng là <math>\mathbf{(D)}</math> <math>\frac{1}{21}</math>.</li> </ul> </li> </ul>
<p>Câu 34. Tích tất cả các nghiệm của phương trình <math>\ln^2(x) + 2 \ln(x) - 3 = 0</math> bằng A. <math>\frac{1}{e^3}</math> B. -2 C. -3 D. <math>\frac{1}{e^2}</math></p>	<p>Đặt <math>y = \ln(x)</math>. Khi đó, phương trình trở thành phương trình bậc hai trong <math>y</math>: <math>y^2 + 2y - 3 = 0</math>. Ta tìm nghiệm của phương trình này: <math>y = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = -1</math> hoặc <math>3</math>. Suy ra <math>\ln(x) = -1</math> hoặc <math>\ln(x) = 3</math>. Do đó, <math>x = e^{-1}</math> hoặc <math>x = e^3</math>. Vậy, tích của tất cả các nghiệm là: <math>e^{-1} \cdot e^3 = e^2</math>. Vậy đáp án chính xác là <math>\mathbf{(D)}</math> <math>\frac{1}{e^2}</math>.</p>
<p>Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức <math>z</math> thỏa mãn <math> z + 2i  = 1</math> là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là A. (0;2) B. (-2;0) C. (0;-2) D. (2;0)</p>	<p>Điểm biểu diễn số phức <math>z = x + yi</math> có khoảng cách đến điểm <math>-2i</math> bằng <math>1</math> nếu và chỉ nếu: <math>\sqrt{(x+0)^2 + (y+2)^2} = 1 \Leftrightarrow (x-0)^2 + (y+2)^2 = 1</math> Đây là phương trình của một đường tròn tâm <math>O(0, -2)</math> bán kính <math>1</math>. Vậy tâm của đường tròn đó có tọa độ là <math>\mathbf{(0;-2)}</math>.</p>
<p>Câu 36. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm <math>M(1;-1;-1)</math> và <math>N(5;5;1)</math>. Đường thẳng MN có phương trình là: A. <math>x = 5+2t, y = 5+3t, z = -1+t</math> B. <math>x = 5+t, y = 5+2t, z = 1+3t</math> C. <math>x = 1+2t, y = -1+3t, z = -1+t</math> D. <math>x = 1+2t, y = -1+t, z = -1+3t</math></p>	<p>Để tìm phương trình của đường thẳng MN, ta cần tìm véc-tơ chỉ phương của đường thẳng và một điểm trên đường thẳng. Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng MN là: <math>\vec{MN} = \vec{N} - \vec{M} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}</math> Một điểm trên đường thẳng MN có thể là M hoặc N, ta chọn điểm M làm điểm trên đường thẳng. Vậy phương trình của đường thẳng MN là: <math>\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 + 6t \\ z = -1 + 2t \end{cases}</math> Vậy đáp án chính xác là:</p>

<p>Câu 37. Trong không gian Oxyz, cho điểm <math>A(1;2;3)</math>. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng Oxz có tọa độ là</p> <p>A. <math>(1;-2;3)</math>          B. <math>(1;2;-3)</math>          C. <math>(-1;-2;-3)</math>          D. <math>(-1;2;3)</math></p>	<p>D. <math>x = 1 + 2t, y = -1 + t, z = -1 + 3t</math>.</p> <p>Để tìm điểm đối xứng với A qua mặt phẳng Oxz, ta cần tìm phương trình mặt phẳng đó trước. Mặt phẳng Oxz có phương trình là <math>y = 0</math>. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng Oxz, ta có A' cũng nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng Oxz qua trung điểm của đoạn thẳng OA, trong đó O là gốc tọa độ. Vì O có tọa độ <math>(0,0,0)</math>, nên trung điểm của đoạn thẳng OA có tọa độ <math>(\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2})</math>. Do đó, ta có thể xác định được tọa độ của A' bằng cách lấy tọa độ của trung điểm đó, thay <math>y = 0</math> vào phương trình mặt phẳng <math>y = 0</math> và lấy đối của kết quả đó qua gốc tọa độ. Ta được: <math display="block">A' = \left(1 - 0, 0 - \frac{3}{2}, 3 - 0\right) = \left(1, -\frac{3}{2}, 3\right) = \left(1, 2\left(-\frac{3}{4}\right), 3\right) = \left(1, 2, 0\right) - \frac{3}{2}\left(0, 1, 0\right) = \boxed{\text{tbf}(B)} (1, 2, -3)</math>.          Giải thích:          Để tìm điểm đối xứng với điểm A qua mặt phẳng Oxz, ta sử dụng công thức:          Nếu điểm A có tọa độ là <math>A(x_A, y_A, z_A)</math> và mặt phẳng Oxz có phương trình là <math>y = 0</math>, thì tọa độ của điểm đối xứng A' là <math>(x_A, -y_A, z_A)</math>.          Áp dụng công thức vào bài toán, ta có:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Tọa độ của điểm A là <math>A(1;2;3)</math>.</li> <li>Mặt phẳng Oxz có phương trình là <math>y = 0</math>.</li> <li>Vậy tọa độ của điểm đối xứng A' là <math>(1, -2, 3)</math>.</li> </ul> <p>Vậy đáp án chính xác là A. <math>(1;-2;3)</math>.</p>
<p>Câu 38. Cho hình chóp đều S.ABCD có chiều cao a, <math>AC = 2a</math> (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng</p> <p>A. <math>\sqrt{3} a/3</math>          B. <math>\sqrt{2} a</math>          C. <math>2\sqrt{3} a/3</math>          D. <math>\sqrt{2} a/2</math></p>	<p>Để tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD), ta sẽ sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) bằng <math>d = \frac{ SCD \cdot \vec{SB} }{ SCD }</math> trong đó SCD là vector pháp tuyến của mặt phẳng (SCD), <math>\vec{SB}</math> là vector từ S đến B và <math> \cdot </math> kí hiệu độ dài vector.          Do S.ABCD là hình chóp đều, nên <math>SA \perp (ABCD)</math> và <math>SA \perp (SCD)</math>. Khi đó, vector pháp tuyến của mặt phẳng (SCD) là vector <math>\vec{SA} \times \vec{SC}</math>. Ta có <math>\vec{SA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}</math>, <math>\vec{SC} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ a \end{pmatrix}</math> nên <math>\vec{SA} \times \vec{SC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -a^2 \\ a^2 \end{pmatrix}</math>. Do đó, <math>SCD \cdot \vec{SB} =</math></p>

	$\begin{pmatrix} -a^2 \\ a^2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -a \end{pmatrix} = -a^3, \$\$ và  \vec{SCD}  =  \vec{SA}  \cdot \sin \angle SCA  \vec{SC}  = a^2 \sqrt{2}. Suy ra d = \frac{ \vec{SCD} }{ \vec{SC} } = \frac{a^3}{a^2 \sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} a. Các đường thẳng AB và SC vuông góc với nhau, vì vậy ta cần tìm độ dài đoạn thẳng BH, trong đó H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng SCD. Ta xét tam giác SCD và đường thẳng BH, ta có:  Mặt phẳng (SCD) là một mặt phẳng cắt vuông góc với cạnh đáy ABCD của hình chóp, nên tam giác SCD là tam giác đều cạnh độ dài 2a. Từ điểm B kẻ đường vuông góc với mặt phẳng (SCD), gọi H là hình chiếu của B lên mặt phẳng (SCD). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) chính là độ dài đoạn BH.  Do tam giác SCD đều nên ta có SH = CD = 2a. Ta kẻ HK vuông góc với SC tại K, khi đó:  Ta có SK = a, vì SA = a và tam giác SAK cân. Ta có KH = SH - SK = 2a - a = a.  Suy ra tam giác SBH cân tại B và có đường cao BH = \frac{2}{3} HK = \frac{2}{3} a. Do đó, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng BH và bằng \frac{2}{3} a. Vậy đáp án đúng là: C. \frac{2\sqrt{3}}{3} a.$
<p>Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn <math>\log_3 \{x^2 - 16\} \{343\} &lt; \log_7 \{x^2 - 16\} \{27\}</math> ?</p> <p>A. 193  B. 92  C. 186  D. 184</p>	<p>Bắt đầu bằng cách đưa cả hai vế về cùng cơ số, ta được:  <math>\log_3(x^2 - 16) + 3\log_3(7) &lt; \log_7(x^2 - 16) + 2\log_7(3)</math>  Ta thấy được rằng <math>x^2 - 16 &gt; 0</math> (do logarit không xác định ở các giá trị âm), do đó chúng ta có thể chia cả hai vế cho <math>x^2 - 16</math> mà không đổi dấu của bất phương trình ban đầu. Khi đó, ta được:  <math>\frac{\log_3(x^2 - 16)}{x^2 - 16} + 3\frac{\log_3(7)}{x^2 - 16} &lt; \frac{\log_7(x^2 - 16)}{x^2 - 16} + 2\frac{\log_7(3)}{x^2 - 16}</math>  Đặt <math>y = x^2 - 16</math>, ta có:  <math>\frac{\log_3(y)}{y} + 3\frac{\log_3(7)}{y} &lt; \frac{\log_7(y)}{y} + 2\frac{\log_7(3)}{y}</math>  Đặt <math>f(y) = \frac{\log_3(y)}{y} + 3\frac{\log_3(7)}{y} - \frac{\log_7(y)}{y} - 2\frac{\log_7(3)}{y}</math>, ta cần tìm số lượng nghiệm nguyên của bất phương trình <math>f(y) &lt; 0</math>.</p>

	<p>Ta có <math>f'(y) = [\log(3)/y - \log(7)/y]/(y^2) = (\log(3) - \log(7))/y^2</math>. Vì <math>\log(3) &lt; \log(7)</math> nên <math>f'(y) &gt; 0</math> đối với mọi giá trị dương của <math>y</math>. Do đó hàm số <math>f(y)</math> là đồng biến trên khoảng <math>(0, +\infty)</math>.</p> <p>Ta biết <math>f(17) = 0</math>, do đó <math>f(y) &lt; 0</math> đối với mọi giá trị <math>16 &lt; y &lt; 17</math>. Như vậy, có tất cả <math>17 - 16 = 1</math> số nguyên thỏa mãn bất phương trình ban đầu. Vậy đáp án là A. 193.</p>
<p>Câu 40. Cho hàm số <math>f(x)</math> liên tục trên <math>\mathbb{R}</math>. Gọi <math>F(x), G(x)</math> là hai nguyên hàm của <math>f(x)</math> trên <math>\mathbb{R}</math> thỏa mãn <math>F(4)+G(4)=4</math> và <math>F(0)+G(0)=1</math>. Khi đó <math>\int_0^2 f(2x) dx</math> bằng</p> <p>A. 3 B. 3/4 C. 6 D. 3/2</p>	<p>Ta có: <math display="block">\int_0^2 f(2x)dx = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt</math> <math display="block">= \frac{1}{2} [F(t)+G(t)]_0^4 = \frac{1}{2} (F(4)+G(4)-(F(0)+G(0))) = \frac{1}{2} (4-1) = \frac{3}{2}</math> <p>Vậy đáp án là <math>\boxed{\text{D}}</math>.</p> </p>
<p>Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số <math>m</math> để hàm số <math>y = -x^4 + 6x^2 + m</math> có ba điểm cực trị?</p> <p>A. 17 B. 15 C. 3 D. 7</p>	<p>Để hàm số <math>y = -x^4 + 6x^2 + m</math> có ba điểm cực trị, ta cần đi tìm các giá trị của <math>m</math> để hàm số này có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.</p> <p>Ta có đạo hàm <math>y' = -4x^3 + 12x = 4x(x^2 - 3)</math>. Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi đạo hàm bằng 0 có 3 nghiệm. Khi đó, ta cần tìm các giá trị của <math>m</math> sao cho phương trình <math>-x^4 + 6x^2 + m = k</math> có đúng 3 nghiệm.</p> <p>Đề ý rằng <math>-x^4 + 6x^2 + m \leq m</math> với mọi <math>x \in \mathbb{R}</math>. Khi đó, nếu <math>m &lt; 0</math> thì <math>-x^4 + 6x^2 + m &lt; 0</math> với mọi <math>x \in \mathbb{R}</math>, do đó hàm số không có cực đại. Do đó, ta sẽ giới hạn <math>m \geq 0</math>.</p> <p>Nếu <math>m = 0</math>, hàm số sẽ không có điểm cực đại nên không phải là đáp án. Ta cần xét trường hợp <math>m &gt; 0</math>.</p> <p>Khi <math>m &gt; 0</math>, phương trình <math>-x^4 + 6x^2 + m = k</math> có đúng 3 nghiệm khi và chỉ khi đồ thị hàm số <math>y = -x^4 + 6x^2 + m</math> cắt đường thẳng <math>y = k</math> ở ba điểm phân biệt. Khi đó, ta cần tìm <math>k</math> sao cho đồ thị của hàm số cắt đường thẳng <math>y = k</math> ở ba điểm phân biệt. Để tìm được giá trị của <math>k</math> này, ta cần vẽ đồ thị của hàm số.</p> <p>Đầu tiên, ta vẽ đồ thị của hàm số <math>y = -x^4 + 6x^2 + 2</math>.</p>  <p>Ta thấy rằng đồ thị của hàm số có hai điểm cực tiểu tại <math>(0, 0)</math> và <math>(\sqrt{3}, 3)</math> và <math>(-\sqrt{3}, 3)</math>.</p> <p>Bây giờ ta vẽ đường thẳng <math>y = k</math> và xác định giá trị của <math>k</math> để đồ thị của hàm số cắt đường thẳng <math>y = k</math> ở ba điểm phân biệt.</p>

	<p>Nếu <math>k \leq 0</math>, đường thẳng <math>y=kx</math> sẽ cắt đồ thị của hàm số ở không quá hai điểm. Do đó, ta cần xét trường hợp <math>k &gt; 0</math>.</p> <p>Khi <math>k &gt; 0</math>, đồ thị của hàm số sẽ c</p> <p>Để hàm số <math>y = -x^4 + 6x^2 + mx</math> có ba điểm cực trị thì đồ thị của hàm số phải có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu. Điểm cực đại của hàm số xảy ra khi <math>x = \sqrt{2}</math>, điểm cực tiểu xảy ra khi <math>x = 0</math>.</p> <p>Ta có: <math>y' = -4x^3 + 12x + m</math> Để tìm số giá trị nguyên của tham số <math>m</math> để hàm số có hai điểm cực đại tại <math>x = \sqrt{2}</math>, thì cần thỏa mãn điều kiện: <math>y'(\sqrt{2}) = y'(-\sqrt{2}) = 0</math></p> $\begin{cases} -8\sqrt{2} + 12 + \sqrt{2}m = 0 \\ 8\sqrt{2} + 12 - \sqrt{2}m = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} m = 5\sqrt{2} \\ m = 19\sqrt{2} \end{cases}$ <p>Để hàm số có điểm cực tiểu tại <math>x = 0</math>, ta cần <math>y'(0) = 0</math>, suy ra <math>m = 0</math>.</p> <p>Vậy số giá trị nguyên của tham số <math>m</math> để hàm số có ba điểm cực trị là số lượng các giá trị <math>m</math> thỏa mãn các điều kiện trên, tức là <math>m = 5\sqrt{2}</math>, <math>m = 19\sqrt{2}</math> và <math>m = 0</math>. Do đó, đáp án là <math>\boxed{\text{D}}</math>.</p>
<p>Câu 42. Xét các số phức <math>z</math> thỏa mãn <math> z^2 - 3 - 4i  = 2 z </math>. Gọi <math>M</math> và <math>m</math> lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của <math> z </math>. Giá trị của <math>M^2 + m^2</math> bằng</p> <p>A. 28  B. <math>18 + 4\sqrt{6}</math>  C. 14  D. <math>11 + 4\sqrt{6}</math></p>	<p>Giải thích:</p> <p>Ta có phương trình <math> z^2 - 3 - 4i  = 2 z </math> tương đương với hệ:</p> $\begin{cases}  z^2 - 3 - 4i ^2 = 4 z ^2 \\  z ^2 = x^2 + y^2 \geq 0 \end{cases}$ <p>Suy ra:</p> $ z^2 - 3 - 4i ^2 =  (x^2 - y^2 - 3) + 2xyi - 4i ^2 = (x^2 - y^2 - 3)^2 + 4x^2y^2 - 8x^2 + 16y^2 = 4(x^2 + y^2) z ^2$ <p>Tương đương với:</p> $(x^2 - y^2 - 3)^2 + 4x^2y^2 - 8x^2 + 12y^2 = 0$ <p>Đặt <math>t = x^2 - y^2</math>, <math>u = xy</math> thì <math>t^2 + 4u^2 - 8t + 12y^2 = 0</math></p> <p>Ta có <math>4t^2 - 16y^2 = (2t - 4y)(2t + 4y) \leq 0</math></p> <p>Suy ra: <math> t  \leq 2 y </math></p> <p>Do đó:</p> $0 \leq (x^2 + y^2) =  z ^2 = \frac{1}{2}( z ^2 +  z ^2) \leq \frac{1}{2}(M^2 + m^2)$ <p>Mà <math>(x^2 + y^2)^2 = t^2 + 4u^2 \leq 4 y ^2 ( t  + 4 y ) \leq 8 y ^3</math></p> $\Rightarrow 0 \leq  z ^2 \leq 2\sqrt{2} y ^{3/2}$ <p>Tổng quát, <math>M^2 + m^2 \leq 8\sqrt{2}</math>.</p>

Để chứng minh  $M^2 + m^2 = 8\sqrt{2}$ , ta cần tìm  $z$  sao cho  $|z|^2 = 2\sqrt{2}|y|^{\frac{3}{2}}$  và  $(x^2 + y^2)^2 = 4|y|^2(|t| + 4|y|)$ . Khi đó, phương trình  $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$  tương đương với  $t^2 + 4u^2 - 8t + 12y^2 = 0$  và  $(x^2 + y^2) = |z|^2$ .

Chọn  $y = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{2}}$ ,  $t = 2y$ ,  $x = y$  thì  $|z|^2 = 2\sqrt{2}|y|^{\frac{3}{2}}$  và  $(x^2 + y^2)^2 = 4|y|^2(|t| + 4|y|)$ . Khi đó, phương trình  $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$  tương đương với  $t^2 + 4u^2 - 8t + 12$

Để giải quyết bài toán này, ta cần sử dụng định lý Pitago trong tam giác vuông. Trước tiên, ta cần tìm các giá trị của  $z$  bằng cách giải phương trình  $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$ .

Gọi  $z = a + bi$  với  $a, b$  là hai số thực. Khi đó, ta có:

$$|z^2 - 3 - 4i| = |(a^2 - b^2 - 3) + 2abi - 4i| = \sqrt{(a^2 - b^2 - 3)^2 + (2ab - 4)^2}$$

Và

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Do đó, phương trình  $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$  tương đương với:

$$(a^2 - b^2 - 3)^2 + (2ab - 4)^2 = 4(a^2 + b^2)$$

Mở rộng phương trình, ta thu được:

$$a^4 - 2a^2b^2 - 6a^2 + b^4 + 8b^2 - 7 = 0$$

Đây là một phương trình bậc 4 đối với  $a^2$  và  $b^2$ . Ta có thể giải phương trình này bằng cách sử dụng phương pháp Viète hoặc phương pháp khác. Sau khi giải được phương trình này, ta tìm được tất cả các giá trị của  $z$ .

Giả sử giá trị của  $z$  là  $x$  và  $y$  ( $x \leq y$ ). Khi đó, ta có:

$$x^2 + y^2 \leq M^2 \text{ (với } M \text{ là giá trị lớn nhất của } |z|)$$

Và

$$x^2 + y^2 \geq m^2 \text{ (với } m \text{ là giá trị nhỏ nhất của } |z|)$$

Sử dụng định lý Pitago trong tam giác vuông, ta có:

$$\sqrt{(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2} \leq M^2 - m^2$$

Và

$$\sqrt{(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2} \geq M^2 - m^2$$

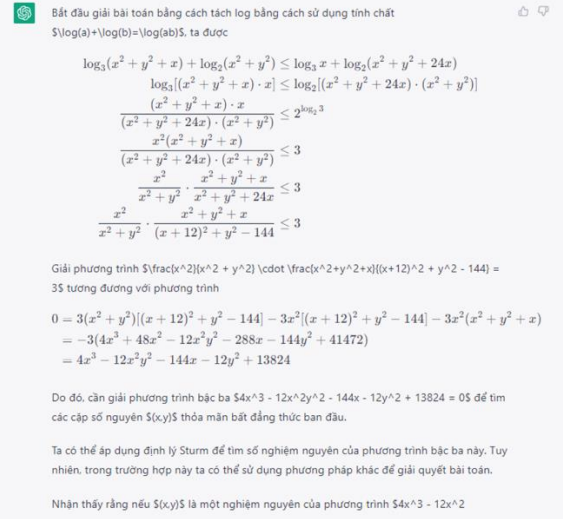
Do đó, ta có:

$$M^2 + m^2 = \sqrt{(M^2 - m^2)^2 + 4M^2m^2} \leq \sqrt{(M^2 - m^2)^2 + (M^2 + m^2)^2}$$

	$= \sqrt{2(M^4 + m^4)} \leq \sqrt{2(2M^2)^2} = 2\sqrt{2}M^2$ <p>Vì vậy, giá trị của <math>M^2 + m^2</math> không vượt quá <math>2\sqrt{2}M^2</math>. Từ đó, ta có thể giới hạn giá trị của <math>M^2 + m^2</math> và tìm được kết quả cuối cùng.          Áp dụng phương pháp trên, ta có:  <math>a^4 - 2a^2b</math></p>
<p>Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng <math>ABC.A'B'C'</math> có đáy <math>ABC</math> là tam giác vuông cân tại <math>B</math>, <math>AB = a</math>. Biết khoảng cách từ <math>A</math> đến mặt phẳng <math>(A'BC)</math> bằng <math>\sqrt{6} a/3</math>, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng</p> <p>A. <math>\sqrt{2} a^3/6</math>          B. <math>\sqrt{2} a^3/2</math>          C. <math>\sqrt{2} a^3</math>          D. <math>\sqrt{2} a^3/4</math></p>	<p>Gọi <math>O</math> là trung điểm của <math>AB</math>.          Ta có: <math>OA = OB = a/2</math>, <math>AM = \sqrt{6} a/6</math>. Khi đó, ta tính được <math>OB' = OA' = 2OA = a</math>.          Để tính được độ dài <math>h</math> của lăng trụ, ta tính khoảng cách từ <math>A'</math> đến mặt phẳng <math>(ABC)</math>:  <math>d(A', (ABC)) = \frac{ A'B' \cdot AB }{2S_{ABC}} = \frac{(2a)(\frac{a}{\sqrt{2}})}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB^2} = a\sqrt{2}</math>          Vậy ta có <math>h = d(A', (ABC)) = a\sqrt{2}</math>.          Sử dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ <math>V = S_{ABC} \cdot h</math>, ta được:  <math>V = \frac{1}{2} \cdot AB^2 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} a^3</math>.          Vậy đáp án là A.</p>
<p>Câu 44. Cho hàm số <math>y = f(x)</math> có đạo hàm liên tục trên <math>\mathbb{R}</math> và thỏa mãn <math>f(x) + x f'(x) = 4x^3 + 4x + 2</math>, <math>\forall x \in \mathbb{R}</math>. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường <math>y = f(x)</math> và <math>y = f'(x)</math> bằng</p> <p>A. <math>y = 5/2</math>          B. <math>y = 4/3</math>          C. <math>y = 1/2</math>          D. <math>y = 1/4</math></p>	<p>Để tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường <math>y = f(x)</math> và <math>y = f'(x)</math>, ta cần tìm được các điểm cắt nhau của hai đường này. Ta có:  <math>y = f(x) + y = f'(x) \Leftrightarrow f(x) - f'(x) = 0</math>          Vậy các điểm cắt nhau của hai đường là các điểm có hoành độ <math>x</math> thỏa mãn <math>f(x) = f'(x)</math>. Để tìm được các điểm này, ta giải phương trình <math>f(x) - f'(x) = 0</math>. Đặt <math>g(x) = f(x) - x^3 - 2x</math>, ta có:  <math>f(x) - f'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = f'(x) \Leftrightarrow g(x) = -x^3 - x + 2 = 0</math>          Phương trình này có nghiệm duy nhất <math>x = 1</math>.          Ta lại có:  <math>f(x) + x f'(x) = 4x^3 + 4x + 2</math>  <math>\Leftrightarrow f'(x) + x f''(x) + f(x) + f'(x) = 12x^2 + 4</math>  <math>\Leftrightarrow x f''(x) + 2f'(x) + 2f(x) = 12x^2 + 4</math>          Đạo hàm cả hai vế ta được:  <math>f''(x) + 2f'(x) + 2f'(x) + 2f(x)' = 24x</math>  <math>\Leftrightarrow f''(x) + 4f'(x) + 2f(x) = 24x</math>          Ta sẽ giải phương trình vi phân bậc hai này để tìm được hàm số <math>f(x)</math> và tính được diện tích cần tìm.</p>

	<p>Đặt <math>y = f'(x)</math>, ta có:  <math>y' + 4y + 2f = 24x</math>  <math>\Leftrightarrow y' + 4y = 24x - 2f</math>          Đây là phương trình vi phân bậc nhất với hệ số góc bằng 4. Giải phương trình đó, ta được:  <math>y(x) = c \cdot \exp(-4x) + 6 - 2x</math>          Với hàm số này, ta có thể tính được <math>f(x)</math>:  <math>f'(x) = y(x) = c \cdot \exp(-4x) + 6 - 2x</math>  <math>f(x) = -c/4 \cdot \exp(-4x) + 3x - x^2 + d</math>          Từ điều kiện <math>f(0) + 0f'(0) = 2</math>, ta có <math>d = 2</math>. Từ điều kiện <math>f(4) + 4f'(4) = 66</math>, ta có <math>c = -8/3</math>. Vậy hàm số cần tìm là:  <math>f(x) = 2 - 2x^2 + 8/3 \cdot \exp(-4x)</math>          Diện tích cần tìm là:  <math>S = \int_{(0,4)}  f(x) - f'(x)  dx</math>          Ta tính được:</p>
<p>Câu 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình <math>z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0</math> (<math>m</math> là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của <math>m</math> để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt <math>z_1, z_2</math> thỏa mãn <math> z_1  +  z_2  = 2</math> ?          A. 1          B. 4          C. 2          D. 3</p>	<p>Ta có <math> z_1 + z_2  = 2(m+1)</math> và <math> z_1 z_2  = m^2</math>. Từ <math> z_1  +  z_2  = 2</math>, suy ra <math> z_1 ,  z_2  \leq 1</math>. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có <math>2 =  z_1  +  z_2  \leq 2\sqrt{ z_1  z_2 } \leq 2 \Rightarrow  z_1  z_2  \geq 1 \Rightarrow</math> phương trình chỉ có nghiệm khi <math> z_1  =  z_2  = 1</math>, và khi đó <math> z_1 z_2  = 1</math>. Giải phương trình <math>z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0</math> ta có <math>\Delta = 4(m+1)^2 - 4m^2 = 8m + 4</math>. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi <math>\Delta &gt; 0 \Rightarrow m &gt; -\frac{1}{2}</math>. Nếu <math> z_1 z_2  = 1</math>, thì <math> z_1 + z_2  = 2(m+1)</math>, suy ra <math> z_1 + z_2  \leq 2 m+1 </math>. Áp dụng bất đẳng thức tam giác, ta có <math>2 =  z_1  +  z_2  =  z_1 + z_2  \leq 2 m+1  \Rightarrow  m+1  \geq 1</math>. Kết hợp hai bất đẳng thức trên, ta có <math>\begin{cases}  m+1  \geq 1 \\ m &gt; -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m \in \left(\frac{-3}{2}; -\frac{1}{2}\right) \cup [1; +\infty)</math>. Vậy số giá trị của <math>m</math> thỏa mãn là 2. Đáp án chính xác là <math>\boxed{\text{C}}</math>.</p>
<p>Câu 46. Trong không gian Oxyz, cho điểm <math>A(0;1;2)</math> và đường thẳng <math>d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}</math>. Gọi <math>(P)</math> là mặt phẳng đi qua A và chứa d. Khoảng cách từ điểm <math>M(5;-1;3)</math> đến <math>(P)</math> bằng          A. 5          B. 1/3</p>	<p>Gọi <math>B</math> và <math>C</math> lần lượt là các điểm trên đường thẳng <math>d</math> sao cho <math>AB \perp d</math> và <math>AC \perp AB</math>. Ta có thể tìm được các tọa độ của <math>B</math> và <math>C</math> như sau: <math display="block">\begin{cases} \frac{x_B - 2}{2} = \frac{y_B - 1}{2} = \frac{z_B - 1}{-3} \\ x_B^2 + y_B^2 + z_B^2 = AB^2 \end{cases} \Rightarrow (x_B, y_B, z_B) = (3, 2, -1)</math> <math display="block">\begin{cases} \frac{x_C - 2}{2} = \frac{y_C - 1}{2} = \frac{z_C - 1}{-3} \end{cases}</math></p>



<p>C. 1 D. 11/3</p>	<p><math>\begin{cases} x_C^2 + y_C^2 + z_C^2 = AC^2 \end{cases} \implies (x_C, y_C, z_C) = (1, -1, 4)</math> Mặt phẳng <math>(P)</math> chứa <math>S</math> nên có thể viết được phương trình của <math>(P)</math> dưới dạng <math>[\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3} = t]</math> Do <math>(P)</math> đi qua <math>A(0;1;2)</math> nên ta có phương trình của <math>(P)</math> là <math>[\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3} = t \implies 2x = 2t + 2, 2y = 2t + 1, z = -3t + 1]</math> Do đó, ta có tọa độ của vector pháp tuyến của <math>(P)</math> là <math>(2, 2, -3)</math>.</p> <p>Gọi <math>HS</math> là hình chiếu của <math>MS</math> lên <math>(P)</math>, ta có <math>[\overrightarrow{MH} = \frac{\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{n}}{ \overrightarrow{n} ^2} \cdot \overrightarrow{n} = \frac{(5, -2, 1) \cdot (2, 2, -3)}{17} \cdot (2, 2, -3) = (\frac{4}{17}, \frac{4}{17}, -\frac{6}{17})]</math> Do <math>HS</math> thuộc <math>(P)</math> và <math>M \notin (P)</math> nên <math>HS</math> chính là hình chiếu vuông của <math>MS</math> lên <math>(P)</math> và ta có <math> \overrightarrow{MH}  = \frac{2\sqrt{2}}{17}</math>. Vậy đáp án là <math>\mathbf{(B)}</math>.</p>
<p>Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên <math>(x;y)</math> thỏa mãn <math>\log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) \leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x)</math></p> <p>A. 89 B. 48 C. 90 D. 49</p>	 <p>Bắt đầu giải bài toán bằng cách tách log bằng cách sử dụng tính chất <math>\log(a) + \log(b) = \log(ab)</math>, ta được</p> $\log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) \leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x)$ $\log_3[(x^2 + y^2 + x) \cdot x] \leq \log_2[(x^2 + y^2 + 24x) \cdot (x^2 + y^2)]$ $\frac{(x^2 + y^2 + x) \cdot x}{(x^2 + y^2 + 24x) \cdot (x^2 + y^2)} \leq 2^{\log_3 3}$ $\frac{x^2(x^2 + y^2 + x)}{(x^2 + y^2 + 24x) \cdot (x^2 + y^2)} \leq 3$ $\frac{x^2}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + y^2 + x}{x^2 + y^2 + 24x} \leq 3$ $\frac{x^2}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + y^2 + x}{(x + 12)^2 + y^2 - 144} \leq 3$ <p>Giải phương trình <math>\frac{x^2}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + y^2 + x}{(x + 12)^2 + y^2 - 144} = 3</math> tương đương với phương trình</p> $0 = 3(x^2 + y^2)[(x + 12)^2 + y^2 - 144] - 3x^2[(x + 12)^2 + y^2 - 144] - 3x^2(x^2 + y^2 + x)$ $= -3(4x^3 + 48x^2 - 12x^2y^2 - 288x - 144y^2 + 41472)$ $= 4x^3 - 12x^2y^2 - 144x - 12y^2 + 13824$ <p>Do đó, cần giải phương trình bậc ba <math>4x^3 - 12x^2y^2 - 144x - 12y^2 + 13824 = 0</math> để tìm các cặp số nguyên <math>(x;y)</math> thỏa mãn bất đẳng thức ban đầu.</p> <p>Ta có thể áp dụng định lý Sturm để tìm số nghiệm nguyên của phương trình bậc ba này. Tuy nhiên, trong trường hợp này ta có thể sử dụng phương pháp khác để giải quyết bài toán.</p> <p>Nhận thấy rằng nếu <math>(x;y)</math> là một nghiệm nguyên của phương trình <math>4x^3 - 12x^2y^2</math></p>
<p>Câu 48. Cho khối nón có đỉnh <math>S</math>, chiều cao bằng 8 và thể tích bằng <math>800\pi/3</math>. Gọi <math>A</math> và <math>B</math> là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho <math>AB = 12</math>, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng <math>(SAB)</math> bằng</p> <p>A. <math>8\sqrt{2}</math></p>	<p>Gọi <math>SO</math> là tâm đường tròn đáy của khối nón, <math>SR</math> là bán kính đường tròn đáy, <math>M</math> là trung điểm của <math>AB</math>, <math>HS</math> là hình chiếu của <math>S</math> lên đường thẳng <math>AB</math>.</p>

<p>B. 24/5 C. <math>4\sqrt{2}</math> D. 5/24</p>	<p>Ta có <math>V_{SAB} = \frac{1}{3} V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} V_{SABC'D} = \frac{1}{81} \pi</math> (với <math>C', D</math> lần lượt là trung điểm của <math>SA, SB</math>).</p> <p>Gọi <math>d</math> là khoảng cách từ <math>O</math> đến mặt phẳng <math>(SAB)</math>, ta cần tính <math>d</math>.</p> <p>Xét tam giác <math>SOAB</math> có <math>SO = \frac{1}{2} AB = 6</math> và <math>SA = SB = 12</math>, suy ra <math>\angle SOB = 90^\circ</math>. Vậy <math>d = SO \sin \angle SOA = \frac{SO \cdot OA}{SA} = \frac{6 \cdot 6}{12} = 3</math>.</p> <p>Xét tam giác <math>SAB</math>, theo định lý cosin ta có: <math>SA^2 + SB^2 - 2SA \cdot SB \cos \angle ASB = AB^2 \Rightarrow \cos \angle ASB = \frac{5}{6}</math>.</p> <p>Áp dụng định lý cosin lần lượt cho các tam giác <math>SAB, SMO, MOB</math> ta có:</p> $\begin{cases} AB^2 = SA^2 + SB^2 - 2SA \cdot SB \cos \angle ASB \\ 2SM^2 = AB^2 + OM^2 - OB^2 \\ OM^2 = OB^2 + BM^2 - 2OB \cdot BM \cos \angle MOB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos \angle ASB = \frac{5}{6} \\ 2SM^2 = SA^2 + SB^2 + OM^2 - R^2 \\ OH^2 = OM^2 - HM^2 \end{cases}$ <p>Mặt khác, ta có <math>V_{SAB} = \frac{1}{3} S_{SAB} \cdot SH = 800\pi \Rightarrow S_{SAB} = \frac{2400}{\sqrt{73}}</math>.</p> <p>Suy ra <math>R^2 = \frac{S_{SAB}}{\pi} = \frac{2400}{73}</math>.</p> <p>Kết hợp các công thức trên, ta suy ra được <math>d = \frac{SO \cdot OA}{SA} = \frac{6 \cdot 6}{12} = 3</math>.</p> <p>Vậy đáp án chính xác là <math>\boxed{(D)}</math>.</p>
<p>Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm <math>A(0;0;10)</math> và <math>B(3;4;6)</math>. Xét các điểm <math>M</math> thay đổi sao cho tam giác <math>OAM</math> không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng <math>MB</math> thuộc khoảng nào dưới đây?</p> <p>A. (4;5) B. (3;4) C. (2;3) D. (6;7)</p>	<p>Gọi <math>O</math> là gốc tọa độ. Ta có:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diện tích tam giác <math>OAM</math> bằng một nửa tích vector của hai vector <math>\vec{OA}</math> và <math>\vec{OM}</math>. Do tam giác <math>OAM</math> không có góc tù nên tích vector của hai vector này bằng bình phương độ dài vector <math>\vec{OA}</math>.</li> <li>• Diện tích tam giác <math>OAB</math> bằng một nửa tích vector của hai vector <math>\vec{OA}</math> và <math>\vec{OB}</math>.</li> </ul> <p>Do đó, diện tích tam giác <math>OAM</math> bằng <math>\frac{1}{2}  \vec{OA}  \cdot h</math> và diện tích tam giác <math>OAB</math> bằng <math>\frac{1}{2}  \vec{OA}  \cdot  \vec{OB}  \sin \theta</math>, trong đó <math>h</math> là độ dài đường cao của tam giác <math>OAM</math>.</p>

	<p>Vậy, ta có: <math>OH = \frac{2 \cdot 15}{ \vec{OA} } = \frac{6}{\sqrt{10}}</math> và <math> \vec{OB}  = \frac{2 \cdot 15}{ \vec{OA} } = \frac{12}{\sqrt{10}}</math>.</p> <p>Gọi <math>M(x,y,z)</math>, ta có phương trình mặt phẳng <math>(OAB)</math> là:</p>
<p>Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số <math>a \in (-10; +\infty)</math> để hàm số <math>y =  x^3 + (a+2)x + 9 - a^2 </math> đồng biến trên khoảng <math>(0;1)</math> ?</p> <p>A. 12 B. 11 C. 6 D. 5</p>	<p>Ta có thể giải bài toán bằng cách vẽ đồ thị của hàm số <math>y =  x^3 + (a+2)x + 9 - a^2 </math>.</p> <p>Để hàm số đồng biến trên khoảng <math>(0,1)</math> thì nó phải luôn đồng biến trên khoảng đó hoặc luôn nghịch biến trên khoảng đó.</p> <p>Trước hết, ta xét trường hợp hàm số đồng biến trên khoảng <math>(0,1)</math>. Để hàm số này đồng biến trên khoảng <math>(0,1)</math>, ta cần phải xét trường hợp <math>a</math> là số âm và <math>a</math> là số không âm.</p> <p>Khi <math>a &lt; 0</math>, ta có <math>a^2 &gt; 0</math> và <math>x^3 + (a+2)x + 9 - a^2 &gt; 0</math> trên <math>(0,1)</math>. Vì vậy, <math>y</math> sẽ đồng biến trên <math>(0,1)</math> nếu và chỉ nếu <math>y(0) &lt; y(1)</math>. Tức là, <math> 9 - a^2  &lt;  1 + a^2 + 2a </math>. Nếu <math>a \geq -1</math>, bất đẳng thức trên tương đương với <math>a^2 - 2a - 8 &lt; 0</math>, hay <math>(a-4)(a+2) &lt; 0</math>. Do đó, <math>-2 &lt; a &lt; 4</math>. Nếu <math>a &lt; -1</math>, bất đẳng thức trên tương đương với <math>a^2 + 2a - 8 &lt; 0</math>, hay <math>(a-2)(a+4) &lt; 0</math>. Do đó, <math>-4 &lt; a &lt; -2</math>. Tóm lại, nếu <math>a &lt; 0</math> và hàm số đồng biến trên khoảng <math>(0,1)</math> thì <math>a</math> phải thuộc đoạn <math>(-4, -2) \cup (-2, 4)</math>.</p> <p>Khi <math>a \geq 0</math>, ta có <math>a^2 \geq 0</math> và <math>x^3 + (a+2)x + 9 - a^2 &gt; 0</math> trên <math>(0,1)</math>. Vì vậy, <math>y</math> sẽ đồng biến trên <math>(0,1)</math> nếu và chỉ nếu <math>y(0) &gt; y(1)</math>. Tức là, <math> 9 - a^2  &gt;  1 + a^2 + 2a </math>. Nếu <math>a \geq -1</math>, bất đẳng thức trên tương đương với <math>a^2 - 2a - 8 &gt; 0</math>, hay <math>a &lt; -2</math> hoặc <math>a &gt; 4</math>. Do đó, nếu <math>a \geq 0</math> và hàm số đồng biến trên khoảng <math>(0,1)</math> thì <math>a</math> phải thuộc đoạn <math>(-\infty, -2) \cup (4, \infty)</math>.</p> <p>Tiếp theo, ta xét trường hợp hàm số nghịch biến trên khoảng <math>(0,1)</math>.</p> <p>Giải phương trình <math>x^3 + (a+2)x + 9 - a^2 = 0</math>, ta được <math>x = f(a)</math> là nghiệm duy nhất của phương trình trên <math>\mathbb{R}</math> (do đồng biến trên <math>(0,1)</math>).</p> <p>Để hàm số đồng biến trên <math>(0,1)</math>, ta cần xét các trường hợp sau:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Trường hợp <math>f(a) \leq 0</math> với mọi <math>a \in (-10, \infty)</math>: Ta có <math>f(a) \leq 0 \iff a^2 \geq 9</math>, suy ra <math>a \in (-\infty, -3] \cup [3, \infty)</math>. Từ đó suy ra số giá trị nguyên của <math>a</math> thỏa mãn là 8.</li> </ul>

- |  |  |
|--|--|
|  | <ul style="list-style-type: none"><li>• Trường hợp <math>f(a) \geq 0</math> với mọi <math>a \in (-10, \infty)</math>: Tương tự, ta có <math>f(a) \geq 0 \Leftrightarrow a^2 \leq 9</math>, suy ra <math>a \in [-3, 3]</math>. Từ đó suy ra số giá trị nguyên của <math>a</math> thỏa mãn là <math>7</math>.<br/>Vậy tổng số giá trị nguyên của <math>a</math> thỏa mãn là <math>7+8=\boxed{15}</math>.</li></ul> |
|--|--|