

ChatGPT's results in Vietnamese National High School Graduation Examination: Mathematics

Authors:

Xuan-Quy DAO, EIU, quy.dao@eiu.edu.vn

2022 Illustration Examination

ChatGPT Feb 13 Version

Prompt (Câu hỏi)	ChatGPT's answer (Câu trả lời)
<p>Câu 1. Môđun của số phức $z = 3 - i$ bằng</p> <p>A. 8 B. $\sqrt{10}$ C. 10 D. $2\sqrt{2}$</p>	<p>Để tính môđun của số phức $z = 3 - i$, ta sử dụng công thức sau:</p> $ z = \sqrt{\operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2}$ <p>Trong đó $\operatorname{Re}(z)$ và $\operatorname{Im}(z)$ lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức z. Áp dụng vào số phức $z = 3 - i$, ta có:</p> $\operatorname{Re}(z) = 3$ $\operatorname{Im}(z) = -1$ <p>Vậy:</p> $ z = \sqrt{(3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$ <p>Vậy đáp án chính xác là (B) $\sqrt{10}$</p>
<p>Câu 2. Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng</p> <p>A. 3 B. 81</p>	<p>Mặt cầu (S) có phương trình là:</p> $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ <p>So sánh với phương trình tổng quát của một mặt cầu:</p> $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$

<p>C. 9 D. 6</p>	<p>Ta thấy rằng $a=-1$, $b=2$, $c=0$, $r=3$. Vậy bán kính của mặt cầu (S) là $r=3$. Vậy đáp án chính xác là (A) 3.</p>
<p>Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$? A. Điểm P(-1;-1) B. Điểm N(-1;-2) C. Điểm M(-1;0) D. Điểm Q(-1;1)</p>	<p>Để xác định điểm nào thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4+x^2-2$, ta cần kiểm tra xem liệu có tồn tại giá trị x nào đó sao cho $y=x^4+x^2-2$ hay không. Để giải quyết vấn đề này, ta thay các giá trị x của các điểm đã cho vào phương trình và kiểm tra xem giá trị y tương ứng có bằng với kết quả phép tính của biểu thức x^4+x^2-2 hay không. Thay $x=-1$ vào $y=x^4+x^2-2$ ta được: $y = (-1)^4+(-1)^2-2 = 0$ Vậy điểm M(-1,0) nằm trên đồ thị của hàm số. Các điểm còn lại không nằm trên đồ thị của hàm số: Thay $x=-1$ vào $y=x^4+x^2-2$ ta được: $y = (-1)^4+(-1)^2-2 = 0 \neq -1$ Vậy điểm P(-1,-1) không nằm trên đồ thị của hàm số. Thay $x=-1$ vào $y=x^4+x^2-2$ ta được: $y = (-1)^4+(-1)^2-2 = 0 \neq -2$ Vậy điểm N(-1,-2) không nằm trên đồ thị của hàm số. Thay $x=-1$ vào $y=x^4+x^2-2$ ta được: $y = (-1)^4+(-1)^2-2 = 0 \neq 1$ Vậy điểm Q(-1,1) không nằm trên đồ thị của hàm số. Vậy chỉ có điểm M(-1,0) nằm trên đồ thị của hàm số. Vậy đáp án chính xác là (C) Điểm M(-1,0)</p>
<p>Câu 4. Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây ? A. $V = \frac{1}{3} \pi r^3$ B. $V = 2\pi r^3$ C. $V = 4 \pi r^3$</p>	<p>Thể tích của khối cầu bán kính r được tính bằng công thức: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ Đây là công thức quen thuộc và được sử dụng rộng rãi trong toán học và vật lý. Vậy đáp án chính xác là (D) $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.</p>

<p>D. $V = \frac{4}{3} \pi r^3$</p>															
<p>Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{3/2}$ là:</p> <p>A. $\int f(x) dx = \frac{3}{2} x^{1/2} + C$ B. $\int f(x) dx = \frac{5}{2} x^{2/5} + C$ C. $\int f(x) dx = \frac{2}{5} x^{5/2} + C$ D. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^{1/2} + C$.</p>	<p>Để tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{3/2}$ trên khoảng $(0, +\infty)$, ta sử dụng công thức tính nguyên hàm của hàm mũ:</p> $\int x^p dx = \frac{1}{p+1} x^{p+1} + C \text{ với } p \neq -1.$ <p>Ứng dụng công thức này, ta có:</p> $\int x^{3/2} dx = \frac{1}{5} x^{5/2} + C$ <p>Vậy đáp án chính xác là (C) $\int f(x) dx = \frac{2}{5} x^{5/2} + C$.</p>														
<p>Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:</p> <table border="0" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f'(x)$</td> <td style="text-align: center;">$-$</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">$+$</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">$-$</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table> <p>Số điểm cực trị của hàm số đã cho là</p> <p>A. 3 B. 2 C. 4 D. 5</p>	x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	<p>Với bảng xét dấu của đạo hàm như trên, ta có thể suy ra hàm số $f(x)$ có các đạo hàm nửa dưới và nửa trên bằng 0 trên các khoảng $(-\infty, -2)$, $(-2, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 4)$, $(4, \infty)$ tương ứng. Điều này cho ta biết các điểm cực trị của hàm số đã cho nằm ở các điểm chính giữa các khoảng này. Do đó, ta có tổng cộng 4 điểm cực trị.</p> <p>Vậy đáp án chính xác là (C) 4.</p>
x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$									
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0									
<p>Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là</p> <p>A. $(\log_2 6; +\infty)$ B. $(-\infty; 3)$ C. $(3; +\infty)$ D. $(-\infty; \log_2 6)$</p>	<p>Ta có $2^x > 6$. Để giải bất phương trình này, ta lấy logarit tự nhiên của cả 2 vế ta được:</p> $\ln(2^x) > \ln 6$ <p>Áp dụng tính chất của logarit ta có:</p> $x \ln 2 > \ln 6$ <p>Do $\ln 2$ là một số dương nên ta chia cả 2 vế của bất phương trình cho $\ln 2$:</p> $x > \frac{\ln 6}{\ln 2} = \log_2 6$ <p>Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(\log_2 6, +\infty)$.</p> <p>Vậy đáp án chính xác là (A) $(\log_2 6, +\infty)$</p>														

<p>Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=7$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng</p> <p>A. 42 B. 126 C. 14 D. 56</p>	<p>Thể tích của khối chóp được tính bằng công thức: $V = \frac{1}{3}Bh$ Trong đó B là diện tích đáy, h là chiều cao của khối chóp. Thay vào đó giá trị $B=7$ và $h=6$ ta có: $V = \frac{1}{3}(7)(6) = 14$ Vậy thể tích của khối chóp là 14. Vậy đáp án chính xác là (C) 14.</p>
<p>Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là</p> <p>A. \mathbb{R} B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ C. $(0; +\infty)$ D. $(2; +\infty)$.</p>	<p>Để hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có nghĩa thì x phải là số dương. Ngoài ra, vì $\sqrt{2}$ là một số vô tỉ, nên x không thể bằng 0. Vậy tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$. Vậy đáp án chính xác là (C) $(0; +\infty)$.</p>
<p>Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+4) = 3$ là:</p> <p>A. $x=5$ B. $x=4$ C. $x=2$ D. $x=12$</p>	<p>Bài toán có phương trình logarit đơn giản: $\log_2(x+4) = 3$ Để tìm giá trị của x, ta áp dụng tính chất của logarit để chuyển phương trình về dạng số học: $2^3 = x+4$ $8 = x+4$ $x = 4$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = 4$. Do đó, đáp án là B.</p>
<p>Câu 11. Nếu $\int^5_2 f(x) dx = 3$ và $\int^5_2 g(x) dx = -2$ thì $\int^5_2 [f(x)+g(x)] dx$ bằng</p> <p>A. 5 B. -5 C. 1 D. 3</p>	<p>Ta có: $\int^5_2 [f(x)+g(x)] dx = \int^5_2 f(x) dx + \int^5_2 g(x) dx = 3 + (-2) = 1$ Vậy, đáp án là (C).</p>
<p>Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $2z$ bằng</p> <p>A. $6 - 2i$</p>	<p>Ta có: $2z = 2(3 - 2i) = 6 - 4i$. Vậy đáp án chính xác là B. $6 - 4i$.</p>

<p>B. $6 - 4i$ C. $3-4i$ D. $-6+4i$</p>	
<p>Câu 13. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (P): $2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là: A. $n_4 = (-1;2;-3)$ B. $n_3 = (-3;4;-1)$ C. $n_2 = (2;-3;4)$ D. $n_1 = (2;3;4)$</p>	<p>Để tìm vector pháp tuyến của một mặt phẳng, ta chỉ cần lấy các hệ số của phương trình mặt phẳng và tạo thành một vector. Vậy, vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có thể lấy bằng vector $\mathbf{n}=(2,-3,4)$.</p> <p>Để kiểm tra, ta có thể thấy rằng tích vô hướng giữa vector pháp tuyến và bất kỳ vector nào nằm trong mặt phẳng (P) đều bằng 0:</p> $2x-3y+4z-1 = 0 \Rightarrow 2x-3y+4z=1$ <p>Ví dụ, nếu ta lấy vector $\mathbf{v}=(1,1,0)$ nằm trong mặt phẳng (P), ta có:</p> $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = (2,-3,4) \cdot (1,1,0) = 2-3+0=-1$ <p>Do $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = -1 \neq 0$, nên vector \mathbf{n} là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P). Vậy đáp án là $\mathbf{n}_2 = (2,-3,4)$.</p>
<p>Câu 13. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (P): $2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là: A. $n_4 = (-1,2,-3)$ B. $n_3 = (-3,4,-1)$ C. $n_2 = (2,-3,4)$ D. $n_1 = (2,3,4)$</p>	<p>Để tìm vector pháp tuyến của một mặt phẳng, ta chỉ cần lấy các hệ số của biểu thức phương trình mặt phẳng. Vậy vector pháp tuyến của mặt phẳng (P): $2x - 3y + 4z - 1 = 0$ là vector $\mathbf{n} = (2, -3, 4)$. Vậy đáp án là C. $n_2 = (2,-3,4)$.</p>
<p>Câu 14. Trong không gian Oxyz, cho hai vector $\mathbf{u}=(1;3;-2)$ và $\mathbf{v}=(2;1;-1)$. Tọa độ của vector $\mathbf{u}-\mathbf{v}$ là A. $(3;4;-3)$ B. $(-1;2;-3)$ C. $(-1;2;-1)$</p>	<p>Để tìm tọa độ của vector $\mathbf{u}-\mathbf{v}$, ta thực hiện phép trừ tọa độ của hai vector đó: $\mathbf{u}-\mathbf{v} = (1;3;-2) - (2;1;-1) = (-1;2;-1)$ Vậy đáp án là C. $(-1;2;-1)$.</p>

D. (1;-2;1)	
<p>Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng</p> <p>A. 2 B. 3 C. -3 D. -2</p>	<p>Vì $M(2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z, nên ta có thể viết z dưới dạng $z=x+iy$ với x và y lần lượt là phần thực và phần ảo của z. Ta có $x=2$ và $y=3$, vậy phần thực của z là $x=2$.</p> <p>Vậy đáp án là $\mathbf{(A)}$.</p>
<p>Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:</p> <p>A. $x = 2$ B. $x = -1$ C. $x = 3$ D. $x = -2$</p>	<p>Để tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, ta cần xác định giới hạn của hàm số khi x tiến đến giá trị 2 từ cả hai phía bên trái và bên phải của 2. Nếu giới hạn này không bằng vô cùng, thì tiệm cận đứng sẽ là đường thẳng có phương trình $x=2$.</p> <p>Ta có:</p> $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x-2} = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+2}{x-2} = +\infty$ <p>Vì hai giới hạn này khác nhau nên ta kết luận rằng hàm số không có tiệm cận đứng.</p> <p>Vậy đáp án là $\mathbf{(E)}$ Không có.</p>
<p>Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2(a/2)$ bằng</p> <p>A. $(1/2) \log_2 a$ B. $\log_2 a + 1$ C. $\log_2 a - 1$ D. $\log_2 a - 2$</p>	<p>Ta có:</p> $\log_2 \left(\frac{a}{2} \right) = \log_2 a - \log_2 2 = \log_2 a - 1$ <p>Vậy đáp án đúng là: $\mathbf{(C)}$ $\log_2 a - 1$.</p>

<p>Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?</p> <p>A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$ B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ C. $y = x^3 - 3x - 1$ D. $y = x^2 + x - 1$</p>	<p>Đường cong trong hình bên là đường cong của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Vì các đáp án A, B, và D không có đồ thị tương đồng với đường cong trong hình bên.</p>
<p>Câu 19. Trong không gian Oxyz, đường thẳng d: $x = 1 + 2t, y = 2 - 2t, z = -3 - 3t$ đi qua điểm nào dưới đây?</p> <p>A. Điểm Q(2;2;3) B. Điểm N(2;-2;-3) C. Điểm M(1;2;-3) D. Điểm P(1;2;3)</p>	<p>Để xác định điểm mà đường thẳng d đi qua, ta cần biết giá trị của tham số t tại điểm đó. Ta thay tọa độ của điểm vào phương trình đường thẳng d ta được: $x = 1 + 2t, y = 2 - 2t, z = -3 - 3t$ Vậy, tại điểm có tọa độ (1,2,-3), ta có $t = 0$. Do đó, đường thẳng d đi qua điểm M(1;2;-3). Vậy, đáp án đúng là: C. Điểm M(1;2;-3).</p>
<p>Câu 20. Với n là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?</p> <p>A. $P_n = n!$ B. $P_n = n - 1$ C. $P_n = (n - 1)!$ D. $P_n = n$</p>	<p>Không có thông tin đầy đủ để trả lời chính xác cho câu hỏi này. Bạn có thể cung cấp thêm thông tin về ngữ cảnh hoặc câu hỏi cụ thể để tôi có thể trả lời tốt hơn.</p>
<p>Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?</p> <p>A. $V = (1/3) Bh$ B. $V = (4/3) Bh$ C. $V = 6 Bh$ D. $V = Bh$</p>	<p>Khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h thì thể tích của nó được tính bằng tích của diện tích đáy và chiều cao, nên đáp án là: $V = Bh$. Đáp án D.</p>

<p>Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là:</p> <p>A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$ B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$ C. $y' = 1/x$ D. $y' = 1/(2x)$</p>	<p>Để tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$, ta sử dụng công thức $[\log_a(u)]' = \frac{1}{u \ln a}$, với $a, u > 0$ và $a \neq 1$.</p> <p>Áp dụng công thức trên với $a=2$ và $u=x$, ta có: $y' = (\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$</p> <p>Vậy đáp án chính xác là: A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.</p>																		
<p>Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:</p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?</p> <p>A. $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; -2)$ C. $(0; 2)$ D. $(-2; 0)$.</p>	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$f(x)$	$+\infty$	-1	1	-1	$+\infty$	<p>Để hàm số đồng biến trên một khoảng, đạo hàm của hàm số trên khoảng đó phải luôn dấu không đổi. Từ bảng biến thiên, ta thấy đạo hàm $f'(x)$ không đổi trên các khoảng $(-\infty, -2)$, $(-2, 0)$, $(0, 2)$ và $(2, +\infty)$. Vậy, hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng này.</p> <p>Đáp án: $\mathbf{(A) \setminus (0; +\infty)}$.</p>
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$														
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	0														
$f(x)$	$+\infty$	-1	1	-1	$+\infty$														
<p>Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?</p> <p>A. $S_{xq} = 4 \pi r l$ B. $S_{xq} = 2 \pi r l$ C. $S_{xq} = 3 \pi r l$ D. $S_{xq} = \pi r l$</p>	<p>Đáp án là B.</p> <p>Giải thích: Hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l, diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính bởi công thức: $S_{xq} = 2 \pi r l$ Trong đó, $2 \pi r$ là chu vi của đáy hình trụ, và l là độ dài đường sinh của hình trụ.</p>																		
<p>Câu 25. Nếu $\int^5_2 f(x) dx = 2$ thì $\int^5_2 3f(x) dx$ bằng</p> <p>A. 6 B. 3</p>	<p>Ta có:</p> $\int^5_2 3f(x) dx = 3 \int^5_2 f(x) dx = 3 \cdot 2 = 6$																		

<p>C. 18 D. 2</p>	$= 6$ $\end{align*}$ <p>Vậy đáp án chính xác là A. 6.</p>
<p>Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=7$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_2 bằng</p> <p>A. 11 B. 3 C. 7/4 D. 28</p>	<p>Ta có công thức của số hạng thứ n của cấp số cộng như sau: $u_n = u_1 + (n-1)d$. Áp dụng vào bài toán này, ta có:</p> $\begin{aligned} u_2 &= u_1 + (2-1)d \\ &= 7 + (2-1)4 \\ &= 11 \end{aligned}$ <p>Vậy giá trị của u_2 là 11, đáp án A.</p>
<p>Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin(x)$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?</p> <p>A. $\int f(x) dx = x - \cos(x) + C$ B. $\int f(x) dx = x + \sin(x) + C$ C. $\int f(x) dx = x + \cos(x) + C$ D. $\int f(x) dx = \cos(x) + C$.</p>	<p>Ta có:</p> $\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int (1 + \sin x) dx \\ &= \int 1 dx + \int \sin x dx \\ &= x - \cos x + C, \end{aligned}$ <p>trong đó C là hằng số. Do đó, đáp án là A.</p>
<p>Câu 28. Cho hàm số $y = a x^4 + b x^2 + c$; $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng</p> <p>A. 0 B. -1 C. -3 D. 2.</p>	<p>Trong hình bên, đường cong của hàm số đã cho có dạng hình chuông đối xứng qua điểm $(0,0)$, với điểm cực đại nằm trên trục x tại $x=0$.</p> <p>Do đó, giá trị cực đại của hàm số là $f(0) = c$. Vậy đáp án là $\mathbf{(D)}$.</p>
<p>Câu 29. Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y = x + 4/x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm</p> <p>A. $x = 5$ B. $x = 2$</p>	<p>Để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1, 5]$, ta có thể sử dụng đạo hàm. Ta có:</p> $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$ <p>Để tìm cực trị của hàm số, ta giải phương trình $y' = 0$:</p>

<p>C. $x=1$ D. $x =4$</p>	<p>$1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4$ $\Leftrightarrow x = \pm 2.$ Vì x phải nằm trong đoạn $[1, 5]$ nên $x = 2$ là giá trị cực tiểu cục bộ. Do đó, giá trị nhỏ nhất của hàm số là: $y(2) = 2 + \frac{4}{2} = 4.$ Vậy đáp án chính xác là (D) $x=4$.</p>
<p>Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên \mathbb{R}?</p> <p>A. $y = -x^3 -x$ B. $y = -x^4 -x^2$ C. $y=-x^3+x$ D. $y = \frac{x+2}{x-1}$</p>	<p>Để hàm số nghịch biến trên một khoảng xác định, ta cần kiểm tra đạo hàm của hàm số trên khoảng đó. Nếu đạo hàm luôn có dấu âm trên khoảng đó, thì hàm số đó sẽ nghịch biến trên khoảng đó.</p> <p>A. $y = -x^3 -x$ $y' = -3x^2 -1$ $y' < 0$ trên \mathbb{R}, vì vậy hàm số $y = -x^3 -x$ nghịch biến trên \mathbb{R}.</p> <p>B. $y = -x^4 -x^2$ $y' = -4x^3 -2x$ y' có dấu trái dấu phải trên \mathbb{R}, vì vậy hàm số $y = -x^4 -x^2$ không nghịch biến trên \mathbb{R}.</p> <p>C. $y = -x^3 + x$ $y' = -3x^2 + 1$ y' có dấu trái dấu phải trên \mathbb{R}, vì vậy hàm số $y = -x^3 + x$ không nghịch biến trên \mathbb{R}.</p> <p>D. $y = \frac{x+2}{x-1}$ $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$ $y' < 0$ trên khoảng $(-\infty, 1)$ và $y' > 0$ trên khoảng $(1, +\infty)$, vì vậy hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ không nghịch biến trên \mathbb{R}.</p> <p>Vậy đáp án đúng là A. $y = -x^3 -x$.</p>

<p>Câu 31. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?</p> <p>A. $a=4b^3$ B. $a=3b+4$ C. $c=3b+2$ D. $a=\frac{4}{b^3}$</p>	<p>Bắt đầu giải bài toán bằng cách đưa toàn bộ các logarit về cùng cơ số 2:</p> $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$ $\Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b^3 = 2$ $\Leftrightarrow \log_2(a/b^3) = 2$ $\Leftrightarrow a/b^3 = 2^2$ $\Leftrightarrow a = 4b^3$ <p>Vậy, đáp án chính xác là A: $a = 4b^3$.</p>
<p>Câu 32. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng A'C' và BD bằng</p> <p>A. 90° B. 30° C. 45° D. 60°</p>	<p>Ta có thể chứng minh góc giữa hai đường thẳng A'C' và BD là 60° như sau:</p> <p>Gọi I là trung điểm của AC, J là trung điểm của A'C'. Khi đó, ta có:</p> <p>$AB = A'B' = AD = A'D'$ (vì tất cả các cạnh của hình hộp bằng nhau)</p> <p>$AC = A'C'$ (vì hình hộp ABCD.A'B'C'D' là một hình chữ nhật)</p> <p>AI và AJ đều vuông góc với mặt phẳng (ABCD), vì vậy chúng song song với nhau.</p> <p>Từ đó suy ra góc IAJ bằng góc giữa hai đường thẳng A'C' và BD.</p> <p>Khi đó, ta có tam giác IAJ là một tam giác đều (vì $AB = AJ$ và $AI \parallel BJ$), và do đó:</p> <p>Góc IAJ = 60°</p> <p>Góc giữa hai đường thẳng A'C' và BD cũng bằng 60° (vì IAJ song song với A'C' và vuông góc với BD)</p> <p>Vậy, đáp án là D: 60°.</p>
<p>Câu 33. Nếu $\int^3_1 f(x) dx = 2$ thì $\int^3_1 [f(x) + 2x] dx$ bằng</p> <p>A. 20 B. 10</p>	<p>Áp dụng tính chất tổng quát của tích phân, ta có:</p> $\int [f(x) + 2x] dx = \int f(x) dx + \int 2x dx$

<p>C. 18 D. 12</p>	<p>Do đó, để tính giá trị của $\int [f(x) + 2x]dx$ trên đoạn $[1,3]$, ta cần tính giá trị của hai tích phân $\int f(x)dx$ và $\int 2xdx$ trên cùng đoạn này.</p> <p>Theo giả thiết của bài toán, ta đã biết rằng $\int f(x)dx$ trên đoạn $[1,3]$ bằng 2. Để tính giá trị của $\int 2xdx$ trên đoạn này, ta có:</p> $\int 2x dx = x^2 \Big _1^3 = 9 - 1 = 8$ <p>Do đó, ta có:</p> $\int [f(x) + 2x] dx = \int f(x) dx + \int 2x dx = 2 + 8 = 10$ <p>Vậy, đáp án là B: 10.</p>
<p>Câu 34. Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2;-5;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là:</p> <p>A. $2x-5y+3z-38=0$ B. $2x+4y-z+19=0$ C. $2x+4y-z-19=0$ D. $2x+4y-z+11=0$</p>	<p>Đường thẳng d có phương trình tham số: $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1} = t$ (với t là tham số tự do) $\Leftrightarrow x = 2t, y = 4t - 2, z = 3 - t$</p> <p>Để tìm phương trình mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d, ta cần tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng. Vector này phải vuông góc với đường thẳng d, vì vậy nó cũng phải vuông góc với vector chỉ phương của đường thẳng d, là:</p> $u = (2, 4, -1)$ <p>Do đó, một vector pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm có thể là tích có hướng của vector u và một vector nào đó đi qua M. Ta có thể chọn vector này là:</p> $v = (x_M - x_d, y_M - y_d, z_M - z_d) = (2 - 2t, -5 - 4t + 2, 3 + t + 3)$ $= (2 - 2t, -4t - 3, t + 6)$ <p>Vậy, một vector pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm có thể là tích có hướng của hai vector u và v:</p> $n = u \times v = \det \begin{pmatrix} i & j & k \\ 2 & 4 & -1 \\ 2 - 2t & -4t - 3 & t + 6 \end{pmatrix}$ $= (16t + 10) i + (6t - 3) j + (-8t - 8) k$

	<p>Để mặt phẳng đi qua M, ta cần tìm phương trình của mặt phẳng có vector pháp tuyến là n và đi qua điểm M. Ta có:</p> $n \cdot (r - M) = 0$ $\Leftrightarrow (16t + 10)(x - 2) + (6t - 3)(y + 5) + (-8t - 8)(z - 3) = 0$ <p>Simplify:</p> $\Leftrightarrow 16x + 6y - 8z - 2t + 14 = 0$ <p>Do đó, phương trình mặt phẳng cần tìm là:</p> $16x + 6y - 8z - 2t + 14 = 0$ $\Leftrightarrow 2x - 5y + 3z - 19/2 = 0$ <p>Vậy, đáp án là A: $2x - 5y + 3z - 38 = 0$.</p>
<p>Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $i\overline{z} = 5 + 2i$. Phần ảo của z bằng</p> <p>A. 5 B. 2 C. -5 D. -2</p>	<p>Giả sử $z = x + yi$, với x và y là hai số thực.</p> <p>Ta có:</p> $i\overline{z} = i(x - yi) = ix + y$ <p>Vì $i\overline{z} = 5 + 2i$, ta có hệ phương trình:</p> $ix + y = 5$ $-x + iy = 2$ <p>Giải hệ phương trình này, ta được:</p> $x = -2, y = 5$ <p>Vậy, phần ảo của z là 5, đáp án là A.</p>
<p>Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và AB = 4 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (ABB'A') bằng</p> <p>A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $4\sqrt{2}$ D. 4</p>	<p>Gọi H là trung điểm của AB, O là trung điểm của AC.</p> <p>Ta có OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) và là đường trung trực của AB.</p> <p>Do đó, OH là đường thẳng vuông góc với AB và qua O.</p> <p>Khi đó, ta có $OH = OA + AH$.</p> <p>Vì $AB = 4$ và $AH = HB = 2$, ta có $OH = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{2}$.</p> <p>Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (ABB'A') bằng khoảng cách từ C đến đường thẳng AB nhân với tỉ số:</p> $\frac{OH}{OA} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$

	<p>Vậy, khoảng cách từ C đến mặt phẳng (ABB'A') bằng $4\sqrt{2}$, đáp án là C.</p>
<p>Câu 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng</p> <p>A. $7/40$ B. $21/40$ C. $3/10$ D. $2/15$</p>	<p>Số cách lấy ra hai quả bất kỳ từ 16 quả cầu là: $C(16, 2) = 120$. Số cách lấy ra hai quả có màu khác nhau là: $7 \times 9 = 63$. Vậy xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau là: $P = 63/120 = 21/40$. Đáp án là B.</p>
<p>Câu 38. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm A(2;-2;3), B(1;3;4) và C(3;-1;5). Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:</p> <p>A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{3}$ B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$ C. $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{9}$ D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$</p>	<p>Đường thẳng BC có phương trình là: $x - 2y + z = 5$. Do đó, đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là: $x - 2y + z = k$, trong đó k là hằng số. Để đường thẳng đi qua A nên song song với BC, điểm M trên đường thẳng này cần thỏa mãn điều kiện: AM song song với BC, hay vectơ AM có phương vuông góc với vectơ BC. Vectơ BC là $(1 - 2, 3 + 2, 4 - 5) = (-1, 5, -1)$. Vectơ AM là $(x - 2, y + 2, z - 3)$. Tích vô hướng của hai vectơ này bằng 0: $(-1)(x - 2) + 5(y + 2) + (-1)(z - 3) = 0$, hay $x - 2y + z = -7$. Vậy phương trình của đường thẳng đi qua A và song song với BC là: $x - 2y + z = -7$. Ta chuyển phương trình này về dạng phù hợp với đáp án.</p>

	<p>Chọn đáp án D: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.</p> <p>Từ phương trình đường thẳng ta có:</p> $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1} = t.$ <p>Từ đó suy ra:</p> $x = 2 + 2t,$ $y = -4t - 2,$ $z = t + 3.$ <p>Thay vào phương trình đường thẳng BC, ta có:</p> $(2 + 2t) - 2(-4t - 2) + (t + 3) = 5,$ <p>hay $t = -1$.</p> <p>Thay $t = -1$ vào phương trình đường thẳng, ta được:</p> $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1} = -1.$ <p>Vậy đáp án là D.</p>
<p>Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64) \sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$?</p> <p>A. 22 B. 25 C. 23 D. 24</p>	<p>Để biểu thức bên trong dấu căn không âm, ta cần x thỏa mãn $4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64 \geq 0$. Điều này tương đương với $2^{2x} - 5 \cdot 2^{x+2} + 64 \geq 0$, hay $(2^x - 4)(2^x - 16) \geq 0$. Giải bất phương trình này ta được $x \leq 2$ hoặc $x \geq 4$.</p> <p>Với $x < 0$, $2 - \log(4x)$ là một số dương, do đó biểu thức bên trong dấu căn không bao giờ bằng 0.</p> <p>Với $0 \leq x \leq 2$, $2 - \log(4x) \leq 2$, do đó $\sqrt{2 - \log(4x)} \geq 1$. Từ đó suy ra $4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64 \geq 0$ và biểu thức ban đầu không bao giờ âm trong khoảng này.</p> <p>Với $x \geq 4$, ta có $2 - \log(4x) < 0$, do đó $\sqrt{2 - \log(4x)}$ không tồn tại trong trường hợp này. Tuy nhiên, $4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64 \geq 0$ vì 2^{2x} trội dấu với</p>

	$5 \cdot 2^{x+2}$ và 64 đối dấu với $5 \cdot 2^{x+2}$. Do đó, biểu thức ban đầu không bao giờ âm trong khoảng này. Vậy có tổng cộng $2 + (25-2) = \boxed{23}$ số nguyên x thỏa mãn.																
<p>Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là</p> <p>A. 3 B. 4 C. 5 D. 6</p>	x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-\infty$	1	5	$+\infty$	<p>Ta có $f'(x) < 0$ trên $(-\infty, -1)$, $f'(x) > 0$ trên $(-1, 2)$ và $f'(x) < 0$ trên $(2, +\infty)$. Điều này cho biết $f(x)$ là hàm đồng biến trên $(-\infty, -1)$ và $(2, +\infty)$ và hàm nghịch biến trên $(-1, 2)$. Khi đó $f(f(x))$ cũng là hàm đồng biến trên $(-\infty, -1)$ và $(2, +\infty)$ và hàm nghịch biến trên $(-1, 2)$.</p> <p>Xét $f'(f(x)) = 0$, suy ra $f(x) = 1$ hoặc $f(x) = 5$. Trong đó, $f(x) = 1$ có hai nghiệm trên đoạn $(-\infty, -1)$ và một nghiệm trên đoạn $(2, +\infty)$. $f(x) = 5$ có một nghiệm trên đoạn $(-1, 2)$.</p> <p>Vậy số nghiệm của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là $2 + 1 + 1 = \boxed{\text{C}}{5}$</p>
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$													
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$												
$f(x)$	$-\infty$	1	5	$+\infty$													
<p>Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1)=3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$, khi đó $F(1)$ bằng</p> <p>A. -3 B. 1 C. 2 D. 7</p>	<p>Ta tính nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ như sau:</p> $F(x) = \int f(x) dx = \int (12x^2 + 2) dx = 4x^3 + 2x + C$ <p>Với C là hằng số tích phân.</p> <p>Theo giả thiết, $F(0)=2$ nên ta có $C=2$. Do đó:</p> $F(x) = 4x^3 + 2x + 2$ <p>Vậy $F(1) = 4 + 2 + 2 = 8$. Đáp án là D.</p>																
<p>Câu 42. Cho khối chóp đều S.ABCD có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích của khối chóp đã cho bằng</p> <p>A. $\frac{16}{3}\sqrt{2} a^3$ B. $\frac{8}{3}\sqrt{2} a^3$</p>	<p>Vì khối chóp đều nên $SA = SB = SC = SD = a$. Mặt khác, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau nên góc giữa hai mặt phẳng đó bằng góc giữa hai đường thẳng AB và CD.</p> <p>Ta có:</p> $AB^2 + CD^2 = AC^2 = 16a^2$																

<p>C. $16a^3$ D. $\frac{16}{3} a^3$</p>	<p>Do đó, $AB \cdot CD \leq \frac{AB^2 + CD^2}{2} = 8a^2$. Mặt khác, diện tích đáy SAB là: $S_{\{SAB\}} = \frac{1}{2} AB \cdot SB = \frac{1}{2} a^2$ Vậy thể tích khối chóp S.ABCD là: $V = \frac{1}{3} S_{\{SAB\}} SC =$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot AB \cdot CD =$ $\frac{4}{3} a^3 \sqrt{2}$. Đáp án đúng là A.</p>
<p>Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 = z_2$? A. 5 B. 6 C. 3 D. 4</p>	<p>Gọi $z_1 = a + bi$ và $z_2 = a - bi$ là hai nghiệm của phương trình, với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có $z_1 = z_2 \Leftrightarrow z_1 ^2 = z_2 ^2 \Leftrightarrow z_1 \overline{z_1} = z_2 \overline{z_2} \Leftrightarrow (a + bi)(a - bi) = (a - bi)(a + bi) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = z_1 ^2$. Do đó, phương trình trở thành $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $z_1 = a + bi$ và $z_2 = a - bi$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 4m - 2$. Theo định lý Vi-ét, ta có $z_1 + z_2 = 2m$ và $z_1 z_2 = 8m - 12$. Từ đó, ta suy ra: $(z_1 + z_2)^2 - 4z_1 z_2 = 4m^2 - 32m + 48 = 4(m - 2)^2 + 16 \geq 16$ Do đó, $m \geq 3$. Đồng thời, do $a^2 + b^2 = 4m - 2 \geq 10$, ta có $m \geq 3$. Tóm lại, $m \geq 3$. Nếu $m = 3$, ta có $a^2 + b^2 = 10$, và vì a, b là số nguyên nên ta có các trường hợp sau: $(a, b) = (1, 3), (3, 1), (-1, -3), (-3, -1), (2, 2), (-2, -2)$. Nếu $m > 3$, thì $4(m - 2)^2 + 16 > 16$, do đó ta luôn có $a^2 + b^2 > 4(m - 2) - 2 = 4m - 10$, suy ra $a^2 + b^2 \geq 4(m - 1)$, mà a, b là số nguyên, suy ra $m \leq 4$.</p>

	<p>Vậy, số giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $z_1 = z_2$ là $m=3$ hoặc $m=4$, tức là có $\boxed{2}$ giá trị.</p>
<p>Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{1}{ z - z}$ có phần thực bằng $1/8$. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $z_1 - z_2 = 2$, giá trị lớn nhất của $P = z_1 - 5i ^2 + z_2 - 5i ^2$ bằng</p> <p>A. 16 B. 20 C. 10 D. 32</p>	<p>Ta có $w = \frac{1}{ z - z} = \frac{ z + z}{ z ^2 - z^2} = \frac{\operatorname{Re}(z) + z }{ z ^2 - z ^2 \operatorname{cis}(2\theta)}$ với $z = z \operatorname{cis}(\theta) \neq 0$. Khi đó w có phần thực bằng $\frac{1}{8}$ tương đương với $\frac{\operatorname{Re}(z) + z }{ z ^2 - z ^2 \cos(2\theta)} = \frac{1}{8}$ hay $8\operatorname{Re}(z) + 8 z \cos(2\theta) = z ^2 - z ^2 \cos(2\theta)$. Suy ra $z ^2 = \frac{8\operatorname{Re}(z)}{1 + \cos(2\theta)} = \frac{16\operatorname{Re}(z)}{2 - \sin^2(\theta)}$. Đặt $x = \operatorname{Re}(z), y = \operatorname{Im}(z)$ và thay $\cos(\theta), \sin(\theta)$ bằng $x/ z , y/ z$ ta được $x^2 + y^2 = \frac{16x}{2 - x^2 - y^2}$ hay $x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 64 = (x - 4)^2(x^2 - 4x + 16) = 0$. Khi đó $z = \frac{4}{1 - \cos(\theta)} = \frac{4}{1 - x/ z }$ hoặc $z = \frac{4}{1 + \cos(\theta)} = \frac{4}{1 + x/ z }$. Như vậy S là tập hợp các số phức dạng $z = x + yi$ với $x, y > 0$ và $x + y = 4$ hoặc $x^2 - 4x + 16 + y^2 = 16$. Chọn $z_1, z_2 \in S$ sao cho $z_1 - z_2 = 2$. Gọi A và B là hai điểm trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với z_1 và z_2 sao cho $AB = 2$ và AB song song với trục Ox. Đặt $A = (x_1, y_1)$ và $B = (x_2, y_2)$ với $x_1 \leq x_2$ thì ta có $y_1 = 4 - x_1$ và $y_2 = 4 - x_2$. Đặt $P = z_1 - 5i ^2 + z_2 - 5i ^2 = (x_1^2 + (y_1 - 5)^2) + (x_2^2 + (y_2 - 5)^2)$. Ta có $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 4$ nên $(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 = 4$. Bây giờ ta tìm giá trị của P. Ta có:</p>

$$|z_1 - 5i|^2 = (z_1 - 5i)(\overline{z_1} - 5i) = |z_1|^2 - 10\text{Im}(z_1) + 25$$

$$|z_2 - 5i|^2 = (z_2 - 5i)(\overline{z_2} - 5i) = |z_2|^2 - 10\text{Im}(z_2) + 25$$

Vì $|z_1 - z_2| = 2$ nên $|z_1 - z_2|^2 = 4$, hay $|z_1|^2 + |z_2|^2 - 2\text{Re}(z_1 \overline{z_2}) = 4$. Ta có:

$$\begin{aligned} P &= |z_1 - 5i|^2 |z_2 - 5i|^2 = (|z_1|^2 - 10\text{Im}(z_1) + 25)(|z_2|^2 - 10\text{Im}(z_2) + 25) \\ &= |z_1|^2 |z_2|^2 - 10\text{Im}(z_1) |z_2|^2 - 10\text{Im}(z_2) |z_1|^2 + 100\text{Im}(z_1)\text{Im}(z_2) + 625 \\ &= (|z_1|^2 + |z_2|^2)^2 - 4(|z_1|^2 \text{Im}(z_2) + |z_2|^2 \text{Im}(z_1)) + 100\text{Im}(z_1)\text{Im}(z_2) + 625 \\ &= (4 - 2\text{Re}(z_1 \overline{z_2}))^2 - 4(|z_1|^2 \text{Im}(z_2) + |z_2|^2 \text{Im}(z_1)) + 100\text{Im}(z_1)\text{Im}(z_2) + 625 \end{aligned}$$

Ta biết rằng $w = \frac{1}{|z - z|}$ có phần thực bằng $1/8$.

Vậy:

$$\begin{aligned} \text{Re}(w) &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{|z - z|} + \frac{1}{\overline{|z - z|}} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2\text{Re}(|z| - 2\text{Re}(z))}{|z|^2 - 2\text{Re}(z)|z| + |z|^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2|z| - 2\text{Re}(z)}{|z|^2 - 2\text{Re}(z)|z| + |z|^2} \right) \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $\text{Re}(z) = \frac{7}{2}|z| - \frac{1}{2}$

Đặt $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$ với a, b, c, d là các số thực.

Ta có:

$$|z_1 - z_2| = |(a - c) + (b - d)i| = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2} = 2$$

Suy ra $(a - c)^2 + (b - d)^2 = 4$. Ta cũng có:

$$w = \frac{1}{|z| - z} = \frac{\overline{z}}{|z|^2 - z^2} = \frac{\overline{z}}{|z - 5i|^2}$$

Do đó, phần thực của w bằng $1/8$ tương đương với:

$$\frac{a}{(a - 5)^2 + b^2} = \frac{1}{8}$$

Tương tự, ta có:

$$\frac{c}{(c - 5)^2 + d^2} = \frac{1}{8}$$

Do đó, ta cần tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 5i|^2 |z_2 - 5i|^2 = ((a - 5)^2 + b^2)((c - 5)^2 + d^2)$.

Ta sẽ giải quyết bài toán tìm giá trị lớn nhất của tích $(x - 5)^2 + y^2$, khi biết rằng $x^2 + y^2 = 64/15$. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có:

$$(x - 5)^2 + y^2 = x^2 + y^2 - 10x + 25 = \frac{64}{15} - 10x + 25 \leq \frac{289}{15}$$

Vậy, $P = ((a - 5)^2 + b^2)((c - 5)^2 + d^2) \leq$

$$\frac{289}{15} \cdot \frac{289}{15} = \frac{83521}{225} < 372.$$

Vậy, giá trị lớn nhất của P là 372, tương ứng với $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -1 + 2i$. Đáp án là A.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$; ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có ba điểm cực trị là $-2, -1$ và 1 . Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

- A. 500/81
 B. 36/5
 C. 2932/405
 D. 2948/405



Để tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$, ta cần tìm các điểm cắt nhau của hai đường này. Điểm cắt của hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$.

Ta biết rằng $y = g(x)$ là hàm số bậc hai đi qua ba điểm cực trị của $y = f(x)$. Do đó, hàm số $y = g(x)$ có dạng $y = A(x + 2)(x + 1) + B(x + 1)(x - 1) + C(x + 2)(x - 1)$, trong đó A, B, C là các hệ số cần tìm. Ta có hệ sau:

$$\begin{cases} A + B + C = b \\ 2A - B + 2C = -d \\ 4A + 2B + C = 3d - 6b - 8a \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được:

$$A = \frac{b - 3d + 6b + 8a}{9}, \quad B = \frac{7d - 20b - 8a}{9}, \quad C = \frac{2d + 3b - 8a}{9}$$

Sau đó, ta cần tìm nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$, hay $3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = A(x + 2)(x + 1) + B(x + 1)(x - 1) + C(x + 2)(x - 1)$. Điều này tương đương với $3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d - A(x + 2)(x + 1) - B(x + 1)(x - 1) - C(x + 2)(x - 1) = 0$. Đặt $h(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d - A(x + 2)(x + 1) - B(x + 1)(x - 1) - C(x + 2)(x - 1)$, ta có:

$$\begin{aligned} h(x) &= 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d - A(x + 2)(x + 1) - B(x + 1)(x - 1) - C(x + 2)(x - 1) \\ &= 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d - \frac{b - 3d + 6b + 8a}{9}(x + 2)(x + 1) \\ &\quad - \frac{7d - 20b - 8a}{9}(x + 1)(x - 1) - \frac{2d + 3b - 8a}{9}(x + 2)(x - 1) \\ &= 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d \end{aligned}$$

Câu 46. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(-4; -3; 3)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là:

- A. $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-7}$

Gọi đường thẳng cần tìm là d . Ta có thể xác định được điểm B trên d sao cho OB song song với mặt phẳng (P).

<p>B. $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$ C. $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$ D. $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$</p>	<p>Ta có thể chọn $B(0, 0, b)$ để dễ tính toán. Khi đó, ta có $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -3-b \end{pmatrix}$. Vi d song song với (P), ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$, hay $4 + 3 - 3 - b = 0$, suy ra $b = 4$. Vậy $B(0, 0, 4)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Đường thẳng d là đường thẳng qua A và B, nên có phương trình: $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$ Đáp án là $\boxed{\text{B}}$.</p>
<p>Câu 47. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích của khối nón đã cho bằng</p> <p>A. $\frac{8\sqrt{2}}{3} \pi a^3$ B. $4\sqrt{6} \pi a^3$ C. $\frac{16\sqrt{3}}{3} \pi a^3$ D. $8\sqrt{2} \pi a^3$</p>	<p>Ta có vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1, 1, 1)$. Khi đó, một vector song song với (P) có dạng $\vec{v} = \lambda \vec{n}$ với $\lambda \neq 0$. Ta cần tìm λ để đường thẳng d qua A và song song với (P) có phương trình.</p> <p>Đường thẳng d có phương trình tham số là $\frac{x+4}{t} = -4, \quad \frac{y+3}{t} = -3, \quad \frac{z-3}{t} = 3+4t,$ với $t \neq 0$.</p> <p>Điều kiện để đường thẳng d song song với (P) là $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$. Tức là $\lambda(1, 1, 1) \cdot (1, 1, 1) = 0 \Rightarrow \lambda = -2$. Vậy, vector hướng của đường thẳng d là $\vec{v} = (-2, -2, -2)$.</p>

	<p>Để tìm phương trình của đường thẳng d qua A và có vector hướng \vec{v}, ta có thể dùng phương pháp đặt điểm. Giả sử điểm M trên đường thẳng d có tọa độ $(0,0,z)$. Khi đó, ta có</p> $\frac{x+4}{-2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{-2}.$ <p>Từ đó, suy ra $x = -2z - 10$ và $y = -2z - 6$. Kết hợp với phương trình mặt phẳng (P), ta có</p> $-2z - 10 - 2z - 6 + z = 0 \Leftrightarrow z = -\frac{16}{7}.$ <p>Vậy, điểm M có tọa độ $(0,0,-\frac{16}{7})$. Do đó, đường thẳng d qua A và có vector hướng \vec{v} có phương trình là</p> $\frac{x+4}{-2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{-2} = -t,$ <p>với $t \neq 0$. Tương đương với</p> $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+3}{7} = t.$ <p>Vậy, phương trình của đường thẳng d là</p> $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+3}{7}.$ <p>Đáp án đúng là $\boxed{\text{A)}$ $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+3}{7}$.</p>
<p>Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b \in (-12;12)$ thỏa mãn $4^{a^2+b} \leq 3^{b-a} + 65$?</p> <p>A. 4 B. 6 C. 5 D. 7</p>	<p>Để ý rằng $3^{b-a} + 65 \geq 65 > 16$ với mọi $a, b \in (-12;12)$. Vì vậy, $4^{a^2+b} \leq 16$ và do đó $a^2+b \leq 2$. Như vậy, ta có thể chọn b tùy ý trong tập $\{-11, -10, \dots, 11\}$ và nếu $a^2+b \leq 2$, ta chọn được ít nhất ba giá trị của a (nếu chọn được bốn giá trị thì càng tốt). Ta sẽ tìm xem có bao nhiêu giá trị a tương ứng với bốn giá trị b thỏa mãn $a^2+b \leq 2$.</p> <p>Nếu $b \leq -3$, ta có $a^2+b \leq a^2-3 < 0$ với mọi a, vì vậy không có giá trị a tương ứng với bốn giá trị b này.</p>

Nếu $b \geq 3$, ta có $a^2 + b \geq 3 > 2$ với mọi a , vì vậy cũng không có giá trị a tương ứng với bốn giá trị b này. Ta chỉ cần xét b trong tập $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

Nếu $b = -2$, ta cần tìm số nguyên a sao cho $a^2 - 2 \leq 2$, tức $a^2 \leq 4$, hay $a \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Điều này tương ứng với năm giá trị của a .

Nếu $b = -1$, ta cần tìm số nguyên a sao cho $a^2 - 1 \leq 2$, tức $a^2 \leq 3$, hay $a \in \{-1, 0, 1\}$. Điều này tương ứng với ba giá trị của a .

Nếu $b = 0$, ta cần tìm số nguyên a sao cho $a^2 \leq 2$, hay $a \in \{-1, 0, 1\}$. Điều này tương ứng với ba giá trị của a .

Nếu $b = 1$, ta cần tìm số nguyên a sao cho $a^2 + 1 \leq 2$, tức $a^2 \leq 1$, hay $a \in \{-1, 0, 1\}$. Điều này tương ứng với ba giá trị của a .

Nếu $b = 2$, ta cần tìm số nguyên a sao cho $a^2 + 2 \leq$

Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 50$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

- A. 29
- B. 33
- C. 55
- D. 28



Để kẻ được hai tiếp tuyến cùng vuông góc với đường thẳng d tại điểm M trên mặt cầu (S), ta cần phải xác định được tọa độ của điểm M. Ta thực hiện các bước sau:

- Gọi điểm $N(x,y,z)$ là tiếp điểm của d với (S). Theo định lý khoảng cách giữa điểm và đường thẳng, ta có công thức tính tọa độ của điểm N:
$$\begin{cases} \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+6}{-1} \\ (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 50 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên để tìm tọa độ của N.

- Gọi H là hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (xOy). Ta cần tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho tồn tại hai điểm A và B trên (S) sao cho $\widehat{AHN} = \widehat{BHN} = 90^\circ$ và A, N, H thẳng hàng.

- Để đơn giản, ta có thể giả sử rằng điểm M có hoành độ $x > 4$, bởi vì nếu $x \leq 4$ thì M sẽ nằm trong hoặc trên mặt cầu (S), và ta không thể tìm được hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d từ M. Khi đó, tọa độ của điểm M là $M(x, 2x-8, 3x-15)$.

- Gọi I và J lần lượt là tiếp điểm của hai tiếp tuyến từ A và B tới (S). Ta có thể tìm I và J bằng cách sử dụng công thức tính tiếp tuyến của mặt cầu, hoặc bằng cách giải phương trình đường thẳng đi qua điểm A (hoặc B) và vuông góc với đường thẳng AN.

- Cuối cùng, ta kiểm tra xem A và B có thoả mãn yêu cầu đề bài hay không. Tức là, cần kiểm tra xem hai tiếp tuyến từ A và B có cùng vuông góc với d hay không. Nếu có, thì đếm số giá trị nguyên của x tương ứng.

Vì đây là một bài toán tính toán phức tạp, nên ở đây chúng ta chỉ trình bày cách giải thích ý tưởng và phương pháp giải quyết chung. Để giải chi tiết bài toán này, cần thực hiện nhiều bước tí

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 + 10x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

Ta có: $f'(x) = x^2 + 10x = (x+5)^2 - 25$, suy ra $f'(x) \geq -25$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. 16
- B. 9
- C. 15
- D. 10

Đặt $t=x^2-8x+m$, ta có: $y=f(t)$ và $y'=2f'(t)(2x-8)=4(x-4)f'(t)=4(x-4)(t+25)$.

Hàm số $y=f(t)$ có đúng 9 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y'=4(x-4)(t+25)$ có đúng 5 điểm cực trị. Điều này có nghĩa là hàm số $y'=4(x-4)(x^2-8x+m+25)$ có đúng 5 điểm cực trị.

Ta lại có $y'=4(x-4)(x^2-8x+m+25) \geq 4(x-4)(-3\sqrt[3]{m}+25)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó, đạo hàm của hàm số y' theo x là $y''=12(x-4)$ và $y''>0$ khi $x>4$ và $y''<0$ khi $x<4$.

Suy ra hàm số y' sẽ có tối đa một điểm cực trị nếu $m < \frac{5^3}{27}$ hoặc $m > 25$.

Nếu $m \in \left[\frac{5^3}{27}, 25\right]$, ta sẽ có tối đa hai điểm cực trị của y' .

Kết hợp lại, hàm số $y'=4(x-4)(x^2-8x+m+25)$ có đúng 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $m \in \left\{\frac{5^3}{27}+25, \frac{5^3}{27}+10 \cdot 25, \dots, \frac{5^3}{27}+4 \cdot 25\right\}$ hoặc $m > 25$.

Do đó, có $4+4+4+4+1=17$ giá trị nguyên của m để hàm số $y=f(x^2-8x+m)$ có đúng 9 điểm cực trị.

Vậy đáp án là $\boxed{\text{(C) } 15}$.