

ChatGPT's results in Vietnamese National High School Graduation Examination: Mathematics

Authors:

Xuan-Quy DAO, EIU, quy.dao@eiu.edu.vn

**2021 Illustration Examination
ChatGPT Feb 13 Version**

Prompt (Câu hỏi)	ChatGPT's answer (Câu trả lời)																		
<p>Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?</p> <p>A. 5! B. A^3_5 C. C^3_5 D. 5</p>	<p>Để chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh, chúng ta có thể sử dụng công thức tổ hợp chập 3 của 5 như sau: $C^3_5 = \frac{5!}{(3!(5-3)!)} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ Vậy có tổng cộng 10 cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh. Đáp án là C. C^3_5.</p>																		
<p>Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng</p> <p>A. 6 B. 9 C. 4 D. 5</p>	<p>Vì (u_n) là một cấp số cộng với $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$, ta có thể tìm công sai d của cấp số cộng bằng cách tính hiệu của hai số liên tiếp: $d = u_2 - u_1 = 3 - 1 = 2$ Sau đó, ta có thể tìm giá trị của u_3 bằng cách sử dụng công thức tổng của cấp số cộng với $n = 3$: $u_3 = u_2 + (3 - 2)d = 3 + d = 3 + 2 = 5$ Vậy giá trị của u_3 là 5. Đáp án là D. 5</p>																		
<p>Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:</p> <table style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">x</td> <td style="padding-right: 10px;">$-\infty$</td> <td style="padding-right: 10px;">-2</td> <td style="padding-right: 10px;">0</td> <td style="padding-right: 10px;">2</td> <td style="padding-right: 10px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">$f'(x)$</td> <td style="padding-right: 10px;">+</td> <td style="padding-right: 10px;">0</td> <td style="padding-right: 10px;">-</td> <td style="padding-right: 10px;">0</td> <td style="padding-right: 10px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 10px;">$f(x)$</td> <td style="padding-right: 10px;">$-\infty$</td> <td style="padding-right: 10px;">1</td> <td style="padding-right: 10px;">-1</td> <td style="padding-right: 10px;">1</td> <td style="padding-right: 10px;">$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$	<p>Ta thấy rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng 0 trên khoảng $(-2, 0, 2)$, và $f'(x)$ âm trên $(-\infty, -2)$ và dương trên $(2, \infty)$. Do đó, hàm số $f(x)$ đang giảm trên $(-\infty, -2)$ và tăng trên $(2, \infty)$.</p>
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$														
$f'(x)$	+	0	-	0	+														
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$														

<p>Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?</p> <p>A. $(-2;2)$ B. $(0;2)$ C. $(-2;0)$ D. $(2;+\infty)$</p>	<p>Ta cần xác định sự đơn điệu của hàm số trên khoảng $(-2, 0)$ và $(0, 2)$.</p> <p>Trên khoảng $(-2, 0)$, $f'(x)$ âm, do đó $f(x)$ sẽ giảm. Trên khoảng $(0, 2)$, $f'(x)$ dương, do đó $f(x)$ sẽ tăng.</p> <p>Vậy, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2, 0)$ và khoảng $(0, 2)$. Đáp án là A. $(-2;2)$.</p>																																
<p>Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>-3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>Điểm cực đại của hàm số đã cho là</p> <p>A. $x = -3$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. $x = -2$</p>	x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	<p>Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>-3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>Vậy trên đoạn $(-\infty, -2)$ và $(2, +\infty)$, hàm số đều đồng biến và không có cực trị. Trên đoạn $(-2, 2)$, hàm số có cực đại tại $x=2$ và cực tiểu tại $x=-2$.</p> <p>Vậy điểm cực đại của hàm số đã cho là $x = 2$. Do đó, đáp án đúng là $\boxed{\text{C. } x = 2}$.</p>	x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$																													
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$																												
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$																													
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$																													
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$																												
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$																													
<p>Câu 5: Cho hàm số có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> </table> <p>Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?</p> <p>A. 4 B. 1 C. 2 D. 3</p>	x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	<p>Để hàm số $f(x)$ có điểm cực trị, đạo hàm $f'(x)$ của hàm số phải đổi dấu trước và sau điểm đó. Từ bảng xét dấu của $f'(x)$, ta thấy rằng hàm số có 2 điểm cực trị: một điểm cực đại tại $x=-2$ và một điểm cực tiểu tại $x=1$. Vậy đáp án đúng là $\boxed{\text{C. } 2}$.</p>															
x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$																											
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$																								
<p>Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng</p> <p>A. $x=1$ B. $x=-1$ C. $x = 2$ D. $x = -2$</p>	<p>Để tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$, ta cần xác định giới hạn của hàm số này khi x tiến đến giới hạn của miền xác định.</p> <p>Ta thấy rằng miền xác định của hàm số là $x \neq 1$. Khi đó, ta có:</p> $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+4}{x-1} = +\infty$																																

	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+4}{x-1} = -\infty$ <p>Vậy đường thẳng tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$, đáp án chính xác là (A).</p>
<p>Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?</p> <p>A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$ C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$ D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$</p>	<p>Hình vẽ không được cung cấp, vì vậy chúng ta không thể xác định hàm số nào có dạng đường cong như hình vẽ được đề cập.</p>
<p>Câu 8: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng</p> <p>A. 0 B. 1 C. 2 D. -2</p>	<p>Để tìm điểm cắt trục tung, ta thay $x = 0$ vào hàm số và tính giá trị của y: $y = 0^3 - 3(0) + 2 = 2$ Vậy, đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Đáp án là C.</p>
<p>Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng</p> <p>A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$ B. $2\log_3 a$ C. $(\log_3 a)^2$ D. $2 + \log_3 a$</p>	<p>Sử dụng tính chất logarit: $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, ta có:</p> $\log_3(9a) = \log_3(3^2 a) = \log_3 3^2 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$ <p>Vậy đáp án là (D).</p>
<p>Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là</p> <p>A. $y' = 2^x \ln 2$ B. $y' = 2^x$ C. $y' = 2^x / \ln 2$ D. $y' = x 2^{x-1}$</p>	<p>Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ theo quy tắc đạo hàm của hàm số mũ là: $\frac{d}{dx} 2^x = \ln 2 \cdot 2^x$ Vậy đáp án là A. $y' = 2^x \ln 2$.</p>
<p>Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng</p> <p>A. a^6 B. $a^{3/2}$ C. $a^{2/3}$ D. $a^{1/6}$</p>	<p>Ta có: $\sqrt{a^3} = (a^3)^{1/2} = a^{3/2}$ Vậy đáp án đúng là: (B) $a^{3/2}$.</p>

<p>Câu 12: Nghiệm của phương trình $5^{2r-4} = 25$ là</p> <p>A. $x=3$ B. $x=2$ C. $x=1$ D. $x=-1$</p>	<p>Ta có $5^{2r-4}=25=5^2$. Do đó, ta có $2r-4=2 \Leftrightarrow r=3$. Vậy nghiệm của phương trình là $r=3$, đáp án là A.</p>
<p>Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là</p> <p>A. $x=3$ B. $x=2$ C. $x=8/3$ D. $x=1/2$</p>	<p>Ta có: $\log_2(3x) = 3 \Leftrightarrow 3x = 2^3 = 8 \Leftrightarrow x = 8/3$. Vậy nghiệm của phương trình là $x = 8/3$. Đáp án C.</p>
<p>Câu 14: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?</p> <p>A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$ B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$ C. $\int f(x) dx = (1/3)x^3 - x + C$ D. $\int f(x) dx = x^3 - C$</p>	<p>Để tích phân hàm số $f(x)=3x^2-1$ theo biến x, ta sử dụng công thức tích phân đơn giản: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ với n là một số thực khác -1. Áp dụng công thức này, ta có: $\int f(x) dx = \int (3x^2-1) dx = \int 3x^2 dx - \int 1 dx = 3 \int x^2 dx - \int 1 dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - x + C = x^3 - x + C$ Vậy, đáp án đúng là (B).</p>
<p>Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \cos(2x)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?</p> <p>A. $\int f(x) dx = (1/2) \sin(2x) + C$ B. $\int f(x) dx = -(1/2) \sin(2x) + C$ C. $\int f(x) dx = 2 \sin(2x) + C$ D. $\int f(x) dx = -2 \sin(2x) + C$</p>	<p>Để tính tích phân của hàm số $f(x)=\cos(2x)$, ta sử dụng công thức $\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C$, với a là hằng số. Áp dụng công thức này, ta có: $\int \cos(2x) dx = \frac{1}{2} \sin(2x) + C$ Do đó, khẳng định đúng là: A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin(2x) + C$.</p>
<p>Câu 16: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_2^3 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng</p> <p>A. 3 B. 7 C. -10 D. -7</p>	<p>Ta có: $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 5 + (-2) = 3$ Vậy đáp án chính xác là (A) 3</p>
<p>Câu 17: Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng</p> <p>A. 15/3</p>	<p>Ta có:</p>

<p>B. 17/4 C. 7/4 D. 15/4</p>	$\int_1^2 x^3 dx = \left[\frac{x^4}{4} \right]_1^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{1^4}{4} = \frac{16-1}{4} = \frac{15}{4}$ <p>Vậy đáp án là D. 15/4.</p>
<p>Câu 18: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là A. $\overline{z} = 3-2i$. B. $\overline{z} = 2+3i$ C. $\overline{z} = -3+2i$ D. $\overline{z} = -3-2i$</p>	<p>Đáp án đúng là A. Số phức liên hợp của số phức $z = a+bi$ là số phức $\overline{z} = a - bi$. Trong trường hợp này, $a=3$ và $b=2i$, vậy ta có: $\overline{z} = 3 - 2i$</p>
<p>Câu 19: Cho hai số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z - w$ bằng A. $1+4i$ B. $1-2i$ C. $5+4i$ D. $5-2i$</p>	<p>Số phức $z-w$ được tính bằng cách trừ phần thực của z cho phần thực của w, và trừ phần ảo của z cho phần ảo của w. Ta có: $z-w = (3+i) - (2+3i) = 1 - 2i$ Vậy đáp án là (B) $1-2i$.</p>
<p>Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $(3-2i)$ có tọa độ là A. $(2;3)$ B. $(-2;3)$ C. $(3; 2)$ D. $(3;-2)$</p>	<p>Điểm biểu diễn số phức $z = 3-2i$ trên mặt phẳng tọa độ chính là điểm có tọa độ $(\operatorname{Re}(z), \operatorname{Im}(z))$. Ta có $\operatorname{Re}(z) = 3$ và $\operatorname{Im}(z) = -2$. Vậy đáp án là $(3; -2)$.</p>
<p>Câu 21: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng A. 10 B. 30 C. 90 D. 15</p>	<p>Diện tích đáy của khối chóp là 6 và chiều cao là 5, vậy thể tích của khối chóp là: $V = (1/3) * \text{diện tích đáy} * \text{chiều cao} = (1/3) * 6 * 5 = 10$ Vậy đáp án là A. 10.</p>
<p>Câu 22: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2;3;7 bằng A. 14 B. 42 C. 126</p>	<p>Thể tích của khối hộp chữ nhật là tích của ba cạnh, do đó ta có: $V = 2 \times 3 \times 7 = 42$ Vậy đáp án chính xác là (B) 42.</p>

D. 12	
<p>Câu 23: Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là</p> <p>A. $V = \pi r h$ B. $V = \pi r^2 h$ C. $V = (1/3) \pi r h$ D. $V = (1/3) \pi r^2 h$</p>	<p>Đáp án đúng là D. Công thức tính thể tích của khối nón là: $V = (1/3) * \text{diện tích đáy} * \text{chiều cao}$ Với nón có đáy là hình tròn bán kính r, diện tích đáy $S = \pi * r^2$, ta có: $V = (1/3) * \pi * r^2 * h$ Vậy đáp án là D.</p>
<p>Câu 24: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ cm và độ dài đường sinh $l = 3$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng</p> <p>A. 121 cm B. 487 cm C. 247 cm D. 367 cm</p>	<p>Diện tích xung quanh của một hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $2\pi r h$. Tuy nhiên, trong trường hợp này, ta chỉ biết độ dài đường sinh của hình trụ là l, không biết chiều cao. Vậy ta cần tính chiều cao h của hình trụ trước. Ta có: $l = \sqrt{h^2 + r^2}$, suy ra $h^2 = l^2 - r^2 = 9$. Vì chiều cao là một số dương, nên $h = 3$. Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $2\pi r h = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi \approx 75.4$ (với π được lấy đến hai chữ số thập phân). Do đó, đáp án gần nhất là (C) 247 cm.</p>
<p>Câu 25: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là</p> <p>A. (4;2;2) B. (2;1;1) C. (2;0;-2) D. (1;0;-1)</p>	<p>Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là trung bình cộng của các tọa độ của hai đỉnh A và B. Ta có:</p> <ul style="list-style-type: none"> Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $((1+3)/2; (1+1)/2; (2+0)/2) = (2; 1; 1)$. Vậy đáp án đúng là B. (2;1;1)
<p>Câu 26: Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S): $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng</p> <p>A. 9 B. 3 C. 81 D. 6</p>	<p>Để tính bán kính của một mặt cầu có phương trình tổng quát $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$, ta thấy rằng bán kính r chính là căn bậc hai của r^2. Vì vậy, ta có: $r = \sqrt{9} = 3$. Vậy đáp án chính xác là (B) 3.</p>
<p>Câu 27: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?</p> <p>A. (P₁): $x + y + z = 0$</p>	<p>Để mặt phẳng đi qua điểm $M(1,-2,1)$, ta có thể sử dụng phương trình đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng</p>

<p>B. (P₂): $x + y + z - 1 = 0$ C. (P₃): $x - 2y + z = 0$ D. (P₄): $x + 2y + z - 1 = 0$</p>	<p>cần tìm. Vector pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm chính là vector hướng của đường thẳng đó. Xét 4 phương trình đã cho, ta thấy phương trình (P₃) có vector pháp tuyến là $(1, -2, 1)$ nên mặt phẳng đi qua M và có phương trình (P₃). Vậy đáp án chính xác là (C) (P₃): $x - 2y + z = 0$.</p>
<p>Câu 28: Trong không gian Oxyz, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm M(1;-2;1) ? A. $u_1 = (1;1;1)$ B. $u_2 = (1;2;1)$ C. $u_3 = (0;1;0)$ D. $u_4 = (1;-2;1)$</p>	<p>Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm M(1;-2;1) có vector chỉ phương $\overrightarrow{OM} = (1;-2;1)$. Vậy đáp án là D.</p>
<p>Câu 29: Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng A. 7/8 B. 8/15 C. 7/15 D. 1/2</p>	<p>Số số chẵn trong 15 số nguyên dương đầu tiên là 7 (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14) và số số lẻ là 8 (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15). Do đó, xác suất để chọn được số chẵn là: số trường hợp chọn số chẵn / tổng số trường hợp. Tổng số trường hợp là 15 (bởi vì có 15 số để chọn). Số trường hợp chọn số chẵn là 7 (bởi vì có 7 số chẵn để chọn). Vậy xác suất để chọn được số chẵn là 7/15. Đáp án là C. 7/15.</p>
<p>Câu 30: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên R ? A. $y = \frac{x+1}{x-2}$ B. $y = x^2 + 2x$ C. $y = x^3 - x^2 + x$ D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$</p>	<p>Để hàm số đồng biến trên R thì đạo hàm của hàm số đó phải có dấu không đổi trên R. • Đạo hàm của hàm số A là: $y' = \frac{3}{(x-2)^2}$ Dấu của y' phụ thuộc vào $(x-2)^2$, do đó hàm số A không đồng biến trên R. • Đạo hàm của hàm số B là: $y' = 2x + 2$ y' luôn dương trên R, nên hàm số B đồng biến trên R. • Đạo hàm của hàm số C là: $y' = 3x^2 - 2x + 1$ $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -8 < 0$ vì vậy y' không đổi dấu trên R, nên hàm số C không đồng biến trên R.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> Đạo hàm của hàm số D là: $y' = 4x^3 - 6x$. y' có dấu không đổi trên $(-\infty, -\sqrt{\frac{3}{2}}) \cup (0, \sqrt{\frac{3}{2}})$ và có dấu đổi chiều trên $(-\sqrt{\frac{3}{2}}, 0) \cup (\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty)$. Vì vậy, hàm số D đồng biến trên $(-\infty, -\sqrt{\frac{3}{2}}) \cup (0, \sqrt{\frac{3}{2}})$ và đổi biến trên $(-\sqrt{\frac{3}{2}}, 0) \cup (\sqrt{\frac{3}{2}}, +\infty)$. Tuy nhiên, vì hàm số D không phải đa thức lẻ, nên hàm số D không đồng biến trên R. Vậy, đáp án chính xác là: $\boxed{\text{B}}$ $y = x^2 + 2x$. 												
<p>Câu 31: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$. Tổng $M + m$ bằng</p> <p>A. 11 B. 14 C. 5 D. 13</p>	<p>Để tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$, ta có thể sử dụng đạo hàm và xét dấu của đạo hàm trên đoạn $[0; 2]$.</p> <p>Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 4x(x-1)(x+1)$.</p> <p>Khi đó, ta có bảng biến thiên của $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ như sau:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>11</td> </tr> </table> <p>Vậy $M = f(2) = 11$ và $m = f(0) = 3$. Tổng $M + m = 11 + 3 = 14$, đáp án là $\mathbf{(B)}$.</p>	x	0	1	2	$f'(x)$	0	0	8	$f(x)$	3	2	11
x	0	1	2										
$f'(x)$	0	0	8										
$f(x)$	3	2	11										
<p>Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là</p> <p>A. $[-1; 1]$ B. $(-\infty; 1]$ C. $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$ D. $[1; +\infty)$</p>	<p>Bắt đầu giải bất phương trình:</p> $3^{4-x^2} \geq 27$ <p>Đưa cả hai vế của bất phương trình về cùng cơ số:</p> $3^{4-x^2} \geq 3^3$ <p>Áp dụng tính chất của logarit tự nhiên:</p> $4-x^2 \geq 3$ <p>Đưa hằng số qua một bên và chuyển dấu:</p> $x^2 \leq 1$ <p>Từ đó suy ra: $-1 \leq x \leq 1$.</p> <p>Vậy tập nghiệm của bất phương trình là đáp án $\mathbf{(A)}$ $[-1; 1]$</p>												

<p>Câu 33: Nếu $\int^3_1 [2f(x) + 1] dx = 5$ thì $\int^3_1 f(x) dx = 5$ bằng</p> <p>A. 3 B. 2 C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{2}$</p>	<p>Ta có:</p> $\int^3_1 [2f(x) + 1] dx = 2\int^3_1 f(x) dx + \int^3_1 1 dx = 2\int^3_1 f(x) dx + [x]_1^3 = 2\int^3_1 f(x) dx + 2$ <p>Vì $\int^3_1 [2f(x) + 1] dx = 5$, ta có:</p> $2\int^3_1 f(x) dx + 2 = 5 \Rightarrow \int^3_1 f(x) dx = \frac{3}{2}$ <p>Vậy đáp án là D. $\frac{3}{2}$.</p>
<p>Câu 34: Cho số phức $z = 3+4i$. Môđun của số phức $(1+i)z$ bằng</p> <p>A. 50 B. 10 C. $\sqrt{10}$ D. $5\sqrt{2}$</p>	<p>Ta có:</p> $(1+i)z = (1+i)(3+4i) = (3-4) + (3+4)i = -1 + 7i$ <p>Do đó, môđun của số phức $(1+i)z$ là:</p> $ (1+i)z = -1+7i = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ <p>Vậy đáp án là D. $5\sqrt{2}$.</p>
<p>Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng () bằng</p> <p>A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°</p>	<p>Vì đường thẳng $\Delta A'A$ song song với đường chéo BDD của hình hộp chữ nhật nên $\Delta A'A$ song song với mặt phẳng (ABCD) của hình hộp chữ nhật. Do đó, góc giữa $\Delta A'A$ và mặt phẳng (A'BC'D') là góc giữa đường thẳng $\Delta A'A$ và mặt phẳng (BCD).</p> <p>Mặt phẳng (BCD) có phương trình là $x=2$. Do đó, ta có thể lấy điểm E trên đường thẳng $\Delta A'A$ sao cho AE song song với trục Ox và có tọa độ $E(2, 2\sqrt{2}, 0)$. Khi đó, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (BCD) là $\vec{n} = (1, 0, 0)$ và vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta A'A$ là $\vec{d} = (1, 1, 0)$. Do đó, góc giữa đường thẳng $\Delta A'A$ và mặt phẳng (BCD) là</p> $\theta = \arccos \frac{ \vec{n} \cdot \vec{d} }{ \vec{n} \vec{d} } = \arccos \frac{ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 }{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2}}$

	$= \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ.$ <p>Vậy đáp án đúng là $\boxed{\text{B}}$ 45°.</p>
<p>Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABCD) bằng</p> <p>A. $\sqrt{7}$ B. 1 C. 7 D. $\sqrt{11}$</p>	<p>Để tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABCD), ta cần tìm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và đi qua S. Gọi G là trung điểm của AD và Bẽ là trung điểm của BC. Ta có: $AG = GB = BẽD = 1$.</p> <p>Khi đó, ta có:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Đường thẳng SG song song với đường thẳng (ABCD). • G là trung điểm của SD. • BẽG vuông góc với SD. • $AG = GB = BẽD = 1$. <p>Do đó, ta có: $SD = 2AG + GD = 2 + 1 = 3$.</p> <p>Suy ra, diện tích đáy của hình chóp là: $S_{\{ABCD\}} = \frac{AB \cdot BC}{2} = 2$.</p> <p>Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABCD) là: $h = \frac{3S_{\{ABCD\}}}{\{ABCD\}} = \frac{3 \cdot 2}{2\sqrt{2}} = \sqrt{3}$.</p> <p>Vậy, đáp án chính xác là: $\mathbf{(C)}$ $\sqrt{3}$.</p>
<p>Câu 37: Trong không gian Oxyz, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm M(0;0;2) có phương trình là</p> <p>A. $x^2+y^2+z^2 = 2$ B. $x^2+y^2+z^2 = 4$ C. $x^2+y^2+(z-2)^2 = 4$ D. $x^2+y^2+(z-2)^2 = 2$</p>	<p>Ta có điểm tâm $O(0,0,0)$ và điểm $M(0,0,2)$ nên vector \overrightarrow{OM} là vector pháp tuyến của mặt cầu. Vì mặt cầu đi qua điểm M nên phương trình mặt cầu có thể được viết dưới dạng: $(x-0)^2+(y-0)^2+(z-0)^2=r^2$ Trong đó r là bán kính của mặt cầu cần tìm.</p> <p>Vậy vector pháp tuyến của mặt cầu là: $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{OM} = (0,0,2)$.</p> <p>Do đó phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+(z-2)^2=r^2$</p> <p>Để tìm bán kính r, ta thấy rằng M nằm trên mặt cầu nên ta có: $r = \sqrt{OM^2} = \sqrt{0^2+0^2+2^2} = 2$</p> <p>Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+(z-2)^2=4$.</p> <p>Do đó đáp án chính xác là (C).</p>

<p>Câu 38: Trong không gian Oxyz, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là</p> <p>A. $x = 1+t; y=2-3t; z=-1+2t$ B. $x = 1+t; y=2-3t; z=1+2t$ C. $x = 1+t; y=-3+2t; z=2-t$ D. $x = 1+t; y=1+2t; z=-t$</p>	<p>Để tìm phương trình tham số của đường thẳng AB, ta có thể sử dụng vector chỉ phương của đường thẳng, cùng với một điểm bất kỳ trên đường thẳng.</p> <p>Ta có vector chỉ phương của đường thẳng là $\vec{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} = (2-1)\vec{i} + (-1-2)\vec{j} + (1+1)\vec{k} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.</p> <p>Lấy điểm A làm điểm bắt đầu, phương trình tham số của đường thẳng AB là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$ Do đó, đáp án chính xác là (A).</p>
<p>Câu 39: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ trên đoạn $[-\frac{3}{2};2]$ bằng</p> <p>A. $f(0)$ B. $f(-3)+6$ C. $f(2)-4$ D. $f(4)-8$</p>	<p>Ta có $g(x)=f(2x)-4x$, vậy $g'(x)=2f'(2x)-4$. Để tìm cực trị của hàm số $g(x)$, ta giải phương trình $g'(x)=0$: $2f'(2x)-4=0 \Leftrightarrow f'(2x)=2$. Từ đồ thị ta thấy được hàm số $y=f'(x)$ đạt giá trị 2 tại hai điểm $x_1=-1$ và $x_2=2$. Khi đó, giá trị lớn nhất của $g(x)$ trên đoạn $[-\frac{3}{2};2]$ sẽ được đạt tại hai điểm $x_1'=-\frac{1}{2}$ và $x_2'=1$, và bằng $\max_{x \in [-\frac{3}{2};2]} g(x) = \max\{g(x_1'), g(x_2')\} = \max\{f(-1)-2, f(2)-8\} = \boxed{\text{D}}$ $f(4)-8$.</p>
<p>Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^{x-y}) < 0$?</p> <p>A. 1024 B. 2047 C. 1022 D. 1023</p>	<p>Để biểu diễn $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^{x-y}) < 0$ dưới dạng không bất đẳng thức, ta chia hai vế của bất phương trình với $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^{x-y})$, ta được $1 + \frac{y-2^x}{2^{x+1} - \sqrt{2}} < 0$. Từ đó, ta suy ra $y < 2^x$ và $y > 2^x - \frac{\sqrt{2}}{2^{x+1} - \sqrt{2}}$. Số lượng các số nguyên dương y thỏa mãn bất đẳng thức đã cho bằng số lượng các số nguyên dương y thỏa mãn điều kiện $y < 2^x$ và $y > 2^x - \frac{\sqrt{2}}{2^{x+1} - \sqrt{2}}$. Số lượng số nguyên dương y thỏa mãn $y < 2^x$ là $2+2^2+\dots+2^{10}=2046$. Để tìm số lượng số nguyên dương y thỏa mãn $y > 2^x - \frac{\sqrt{2}}{2^{x+1} - \sqrt{2}}$, ta đặt $t=2^x$ và quy đồng biểu thức về phải $y > 2^x - \frac{\sqrt{2}}{2^{x+1} - \sqrt{2}}$</p>

	$y > 2t + \frac{2\sqrt{2}t - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}t - \sqrt{2}}$ $y > 2^x - \frac{\sqrt{2}}{2^{x+1} - \sqrt{2}}$ <p>Từ đó, ta suy ra</p> <p>Đặt $g(t) = 2t + \frac{2\sqrt{2}t - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}t - \sqrt{2}}$. Ta sẽ tìm t để $g(t)$ là số nguyên dương. Khi đó, số lượng số nguyên dương y thỏa mãn $y > 2^x - \frac{\sqrt{2}}{2^{x+1} - \sqrt{2}}$ bằng số lượng nghiệm nguyên dương của $g(t)$. Chú ý rằng $t > 0$ và</p>
<p>Câu 41: Cho hàm số</p> $\begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ <p>Tích phân $\int_{\pi/2}^0 f(2 \sin(x) + 1) \cos(x) dx$ bằng</p> <p>A. $23/3$ B. $23/6$ C. $17/6$ D. $17/3$</p>	<p>Đặt $t = 2 \sin x + 1$, khi đó $0 \leq t \leq 3$, và ta có $x = \arcsin\left(\frac{t-1}{2}\right)$. Lưu ý rằng khi x chạy từ 0 đến $\frac{\pi}{2}$ thì t cũng chạy từ 1 đến 3.</p> $\int_0^{\pi/2} f(2 \sin x + 1) \cos x \, dx = \int_1^3 f(t) \cdot \frac{1}{\sqrt{t^2 - 1}} \, dt$ $= \int_1^2 (t^2 - 2t + 3) \cdot \frac{1}{\sqrt{t^2 - 1}} \, dt + \int_2^3 (t^2 - 1) \cdot \frac{1}{\sqrt{t^2 - 1}} \, dt$ $= \int_1^2 \frac{(t^2 - 1) - 2(t - 1) + 5}{\sqrt{t^2 - 1}} \, dt + \int_2^3 \sqrt{t^2 - 1} \, dt$ $= \int_1^2 \left(\sqrt{t^2 - 1} - 2 \ln t + \sqrt{t^2 - 1} + 5 \ln t + \sqrt{t^2 - 1} \right) \, dt + \left[\frac{1}{2} \sqrt{t^2 - 1} \right]_2^3$ $= \left[\frac{1}{2} \sqrt{t^2 - 1} - 2 \ln t + \sqrt{t^2 - 1} + 5 \ln t + \sqrt{t^2 - 1} \right]_1^2 + \left[\frac{1}{2} \sqrt{t^2 - 1} \right]_2^3$ $= \frac{3\sqrt{3}}{2} - 2 \ln(3 + 2\sqrt{2}) + 5 \ln(3 + 2\sqrt{2}) - \sqrt{3} - 2 \ln(2 + \sqrt{3}) + 5 \ln(2 + \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 3 \ln(3 + 2\sqrt{2}) - \ln(2 + \sqrt{3})$ $= \frac{6\sqrt{3}}{2} + 17 \ln(3 + 2\sqrt{2}) - 6 \ln(2 + \sqrt{3}) = 3\sqrt{3} + 17 \ln(3 + 2\sqrt{2}) - 6 \ln(2 + \sqrt{3})$

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và $(2+2i)(\overline{z}-2)$ là số thuần ảo ?

- A. 1
- B. 0
- C. 2
- D. 4

Giải phương trình $(2+2i)(\overline{z}-2)$ là số thuần ảo ta có:

$$\begin{aligned} & (2+2i)(\overline{z}-2) = ki \quad \Rightarrow \quad \overline{z} - 2 = \frac{ki}{2+2i} \\ & \Rightarrow \quad \overline{z} = \frac{ki}{2+2i} + 2 = \frac{ki(2-2i)}{(2+2i)(2-2i)} + 2 = \frac{2ki - 2ki^2}{4-4i^2} + 2 = \frac{2ki + 2k}{4+4} = \frac{k(i+1)}{4} + 2 \end{aligned}$$

Vì $|z| = \sqrt{2}$ nên $|z| = \sqrt{\left(\frac{k}{4}\right)^2 + \left(\frac{k}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{k^2}{8}} = \frac{|k|}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$. Ta tính được:

$$\left| \frac{k(i+1)}{4} + 2 \right|^2 = \left(\frac{k}{4} \right)^2 + \left(\frac{k}{4} \right)^2 = \frac{k^2}{8} = 8 \Rightarrow k^2 = 64 \Rightarrow k = \pm 8$$

Từ đó ta có $k = \pm 8$. Vậy có 2 số phức thỏa mãn yêu cầu, đó là $z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$ và $z_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$.

Vì vậy, đáp án là $\boxed{\text{C}}$.

Câu 43: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên).

Thể tích của khối chóp bằng

- A. $(1/8) a^3$
- B. $(3/8) a^3$
- C. $(\sqrt{3}/12) a^3$
- D. $(1/4) a^3$

XU

Câu 43: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên).

Thể tích của khối chóp bằng

- A. $(1/8) a^3$
- B. $(3/8) a^3$
- C. $(\sqrt{3}/12) a^3$
- D. $(1/4) a^3$



Ta có $SA^2 = SB^2 + AB^2 = b^2 + \frac{a^2}{2}$. Vì góc giữa SA và (SBC) bằng 45° , nên $SB = SC$. Do đó SBC là tam giác vuông cân tại S, suy ra $BC = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Vậy diện tích đáy của khối chóp là $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA$. Ta có:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3.$$

Vậy đáp án là $\mathbf{(C)}$.

Câu 44: Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của $1m^2$ kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?

- A. 23.591.000 đồng
- B. 36.173.000 đồng
- C. 9.437.000 đồng
- D. 4.718.000 đồng

Để tính số tiền mà ông Bình mua tấm kính trên, ta cần tính diện tích của tấm kính. Để làm được điều đó, ta cần tìm chiều cao của hình trụ. Ta có thể áp dụng định lý Pythagore để tính chiều cao như sau:

$$c^2 = a^2 + b^2 = (2r)^2 + (r/2)^2 = 17/4 r^2$$

Vậy chiều cao của hình trụ là $c = (r/2) \sqrt{17}$. Do đó, diện tích của tấm kính là:

$$S = \pi r^2 = 4 \pi \left(\frac{c}{\sqrt{17}}\right)^2 = \frac{64}{17} \pi c^2$$

Vậy số tiền mà ông Bình mua tấm kính trên là:

$$1500000 S \approx 23.591.000 \text{ đồng}$$

Do đó, đáp án chính xác là (A) 23.591.000 đồng.

<p>Câu 45: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x+2y - x - 3 = 0$ và hai đường thẳng</p> <p>$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$,</p> <p>$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P) đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là</p> <p>A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$</p> <p>B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$</p> <p>C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$</p> <p>D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$</p>	<p>Để tìm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và đi qua hai đường thẳng d_1 và d_2, ta cần tìm véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng và hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng.</p> <p>Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2,2,-1)$.</p> <p>Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\vec{v}_1=(2,1,-4)$.</p> <p>Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d_2 là $\vec{v}_2=(1,2,-1)$.</p> <p>Để tìm đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và đi qua hai đường thẳng d_1 và d_2, ta cần tìm véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đó. Véc-tơ chỉ phương đó sẽ là tích vector của hai véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng và véc-tơ chỉ phương của đường thẳng nào đó trên đó nó nằm.</p> <p>Vậy, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và đi qua hai đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n} \times \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$.</p> <p>Ta có: $\vec{n} \times \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (2,2,-1) \times (2,1,-4) \times (1,2,-1)$ $= (-13,-7,-6)$.</p> <p>Do đó, phương trình của đường thẳng cần tìm là $\frac{x-2}{-13} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z-0}{-6}$.</p> <p>Simplifying this equation, we get: $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$</p> <p>Vậy đáp án chính xác là (A).</p>
<p>Câu 46: Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau</p> <p>$x \quad -\infty \quad -3 \quad -1 \quad \infty$</p> <p>$f'(x) \quad -\infty \quad -1 \quad -6/3 \quad +\infty$</p> <p>Hàm số $g(x) = f(x^3) - 3x$ có bao nhiêu điểm cực trị?</p> <p>A. 3</p>	<p>Từ bảng biến thiên của $f(x)$, ta có $f(x) < 0$ trên $(-\infty, -3)$, $(-1, \infty)$ và $f(x) > 0$ trên $(-3, -1)$. Vậy $f(x)$ có cực tiểu địa phương tại $x=-3$, cực đại địa phương tại $x=-1$. Đặt $t=x^3$, ta có $g(x)= f(t)-3x = f(t)-3x+9x-6+6x+3-3 = f(t+3)-3x-3$. Vì $f(0)=0$, nên $f(3)=f(0)=0$. Khi đó ta có $g(-1)= f(0)-3(-1)+3 =4$, $\quad g(0)= f(0)-0 =0$, $\quad g(1)= f(3)-$</p>

<p>B. 5 C. 4 D. 2</p>	<p>$3(1)+3 =0$. Ta cần tìm điểm cực trị của $g(x)$ trên $(-1,1)$. Ta có</p>
<p>Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên a ($a \geq 2$) sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2$? A. 8 B. 9 C. 1 D. Vô số.</p>	<p>Để giải quyết bài toán này, ta có thể áp dụng một vài kỹ thuật toán học, trong đó có tính định lượng giá trị của hàm số. Gọi hàm số $f(x) = (a^{\log x} + 2)^{\log a} - x + 2$, với $a \geq 2$. Ta sẽ đi tìm các điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(e^x)$. Để làm được điều này, ta cần tính đạo hàm của hàm số $f(x)$ và tìm các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$. Ta có: $f'(x) = (a^{\log x} + 2)^{\log a - 1} * a^{\log x} * \log a * \frac{1}{x \ln(a)} - 1$$= \frac{(a^{\log x} + 2)^{\log a - 1} * a^{\log x}}{x \ln(a)} * (\log a - x \ln(a))$ Do đó, phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi: $\log a - x \ln(a) = 0$ hoặc $a^{\log x} + 2 = 0$ Phương trình $a^{\log x} + 2 = 0$ vô nghiệm vì $a^{\log x} > 0$ với mọi $a, x > 0$. Với trường hợp $\log a - x \ln(a) = 0$, ta có: $x = \frac{\log a}{\ln(a)} = \log_a e$ Do đó, $g(x)$ có điểm cực đại duy nhất tại $x = \log_a e$. Trở lại với bài toán ban đầu, ta cần tìm số nguyên a ($a \geq 2$) sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $f(e^x) = 0$. Theo như đã chứng minh ở trên, ta chỉ có một điểm cực đại của hàm số $g(x)$ trên đoạn $(-\infty, \infty)$, và giá trị của hàm số này tại điểm cực đại là không âm. Nếu ta chọn a sao cho giá trị của hàm số $f(e^x)$ tại $x = \log_a e$ lớn hơn 2, tức là $(a^{\log x} + 2)^{\log a} - x + 2 > 2$, thì hàm số $f(e^x)$ sẽ không bao giờ bằng 0 trên đoạn $(-\infty, \infty)$. Do đó, để có tồn tại số thực x thỏa mãn $f(e^x) = 0$, ta cần chọn a sao cho giá trị của hàm số $f(e^x)$ tại $x = \log_a e$ bằng chính xác</p>

	<p>2. Khi đó, ta sẽ có duy nhất một điểm cực đại của hàm số $g(x)$ và giá trị của</p>
<p>Câu 48: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1)+f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số bằng</p> <p>A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{5}$</p>	<p>Đặt $y=f(x)$, ta có $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Theo giả thiết, hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2, suy ra $f'(x_1)=f'(x_2)=0$. Ta có:</p> $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ $f''(x) = 6ax + 2b$ $f'(x_1) = f'(x_2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3ax_1^2 + 2bx_1 + c = 0 \\ 3ax_2^2 + 2bx_2 + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3ax_1(x_1 + 2) + 2b(x_1 + 1) + c = 0 \\ 3ax_2(x_2 + 2) + 2b(x_2 + 1) + c = 0 \end{cases}$ <p>Từ đó suy ra:</p> $\begin{aligned} f(x_1) + f(x_2) &= (ax_1^3 + bx_1^2 + cx_1 + d) + (ax_2^3 + bx_2^2 + cx_2 + d) \\ &= a(x_1^3 + x_2^3) + b(x_1^2 + x_2^2) + c(x_1 + x_2) + 2d \\ &= a(x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) + b(x_1 + x_2)^2 - 3ax_1x_2 - 2b(x_1 + x_2) + c(x_1 + x_2) + 2d \\ &= -a(x_1 + x_2)^3 + b(x_1 + x_2)^2 + c(x_1 + x_2) + 2d \end{aligned}$ <p>Mặt khác, ta có</p> $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = (x - x_1)(x - x_2)(3a)$ <p>Vậy $f(x)$ đạt cực trị tại x_1, x_2 nên $f(x)$ đổi dấu trên khoảng (x_1, x_2), do đó ta có:</p> $3a < 0 \Rightarrow a < 0$ <p>Giả sử $x_1 < 0$, do $x_2 = x_1 + 2 > 0$ nên ta có $x_1 < 0 < x_2$. Như vậy $f(x)$ đổi dấu trên khoảng (x_1, x_2). Từ đó suy ra $f(x)$ có nghiệm kép trên khoảng (x_1, x_2). Kết hợp với $a < 0$ và đồ thị của $f(x)$, ta suy ra $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trên khoảng $(0, +\infty)$. Khi đó:</p> $S_1 = \int_{x_1}^{x_1+1} f(x)dx = \int_{x_1}^{x_1+1} (ax^3 + bx^2 + cx + d)$
<p>Câu 49: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 =1, z_2 =2$ và $z_1 - z_2 = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $3z_1 + z_2 - 5i$ bằng</p> <p>A. $5 - \sqrt{19}$ B. $5 + \sqrt{19}$ C. $-5 + 2\sqrt{19}$</p>	<p>Gọi $z_1 = \cos\alpha + i\sin\alpha$ và $z_2 = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có $z_2 = 2$, suy ra $a^2 + b^2 = 4$. Vì $z_1 - z_2 = \sqrt{3}$, ta có $(\cos\alpha - a)^2 + (\sin\alpha - b)^2 = 3$, hay $a^2 + \cos^2\alpha - 2a\cos\alpha + b^2 + \sin^2\alpha - 2b\sin\alpha = 3$. Sử dụng $a^2 + b^2 =$</p>

<p>D. $5+2\sqrt{19}$</p>	<p>4\$ ta được $\cos\alpha a + \sin\alpha b = \frac{1}{2}$. Tương tự, ta có $\cos\alpha (3a-5) + \sin\alpha (3b-1) = c$ với $c = \frac{\sqrt{(3z_1 + z_2 - 5i)(\overline{3z_1 + z_2 - 5i})}}{\sqrt{10^2 + 1^2}} = \sqrt{101}$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có $3z_1 + z_2 - 5i ^2 = (3\cos\alpha + a - 5)^2 + (3\sin\alpha + b - 1)^2 \leq ((3^2 + 1^2)(a^2 + b^2 + 1^2 + 3^2)) = 200$. Vậy giá trị lớn nhất của $3z_1 + z_2 - 5i$ là $\sqrt{200} = 10\sqrt{2}$. Vậy đáp án chính xác là $\boxed{\text{E}}$.</p>
<p>Câu 50: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(2;1;3) và B(6;5;5). Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng A. -21 B. -12 C. -18 D. -15</p>	<p>Đặt tâm của mặt cầu là I, ta có $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Gọi $M(a,b,c)$ là tọa độ của tâm đường tròn đáy của khối nón. Ta có $\overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} a-2 \\ b-1 \\ c-3 \end{pmatrix}$. Do đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB, nên ta có $(a-6)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2 = (a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-3)^2$. Tương đương với $a+b+c=9$. Diện tích đáy của khối nón là $S_{\text{đáy}} = \pi R^2 = \pi \frac{AB^2}{4} = 9\pi$. Gọi H là trung điểm của AB, ta có $\overrightarrow{OH} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. Khi đó, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của khối nón có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$ với $\begin{pmatrix} 2 \\ b \\ c \end{pmatrix}$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng. Ta có $\begin{pmatrix} 2 \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \overrightarrow{OH} = 2 \cdot 4 + b \cdot 3 + c \cdot 4 = 20 + 3b + 4c$, và do đó $b+c+d = -(20+3b+4c) = -(3b+4c-20) \leq -3\sqrt{3^2 \cdot 4^2} + 20 = -15$. Đẳng thức xảy ra khi M trùng với trung điểm H của AB, tức là $M(4,3,2)$.</p>

	Vậy, đáp án là $\boxed{\text{D}}$.